



Товариство з обмеженою відповідальністю
«Український інститут сталевих конструкцій
імені В.М. Шимановського»

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

Українського інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського



Під загальною редакцією
заслуженого діяча науки і техніки України,
члена-кореспондента НАН України,
доктора технічних наук,
професора О.В. Шимановського

Науковий збірник

Випуск 18

Видавництво «Сталь»
Київ – 2016

УДК 624.04(082)
ББК 38.112я43
3-41

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Шимановський О.В., д.т.н. (відп. редактор); Адріанов В.П.;
Божко В.А., к.т.н.; Гайдайчук В.В., д.т.н.; Голоднов О.І., д.т.н. (відп. секретар);
Гордеев В.М., д.т.н. (заст. відп. редактора); Гуляев В.І., д.т.н.; Кириллов В.В.;
Кордун О.І., Корольов В.П., д.т.н.; Лисицин Б.М., д.т.н.; Лебедич І.М., к.т.н.;
Оглобля О.І., д.т.н.

3-41 Збірник наукових праць Українського інституту сталевих конструкцій імені В. М. Шимановського / Під загальною редакцією заслуженого діяча науки і техніки України, члена-кореспондента НАН України, д.т.н., професора О. В. Шимановського. – К. : Вид-во «Сталь», 2016. – Вип. 18 – 164 с.

ISBN 978-617-676-109-9

У збірнику наведено статті з результатами досліджень у галузі розрахунку та проектування конструкцій, теоретичної та будівельної механіки, теорії пружності та пластичності. Особливу увагу приділено розвитку методів розрахунку і проектування конструкцій, будівель та споруд, розробленню раціональних типів конструкцій, експериментально-теоретичним дослідженням роботи елементів і з'єднань, удосконаленню матеріалів, технології виготовлення і монтажу, ремонту і реконструкцій будівель і споруд, розвитку та вдосконаленню нормативної бази в цих галузях будівництва, а також дослідженням напружено-деформованого стану тіл складної структури при постійних і змінних у часі навантаженнях, включаючи випадкові впливи. Для наукових працівників, аспірантів та інженерів, зайнятих у різних галузях науки і техніки.

УДК 624.04(082)
ББК 38.112я43

АДРЕСА РЕДАКЦІЙНОЇ КОЛЕГІЇ:

вул. В. Шимановського, 2/1,
Київ 02660,
ТОВ «Укрінсталькон ім. В.М. Шимановського»,
тел. 543-97-40, e-mail: icbmc@urdisc.com.ua

ISBN 978-617-676-109-9

**© ТОВ «Укрінсталькон
ім. В.М. Шимановського», 2016
© ТОВ «Видавництво «Сталь», 2016**

ЗМІСТ

| | |
|--|-----|
| Пічугін С.Ф., Чичулін В.П., Чичуліна К.В. Пропозиції нових сталевих конструкцій із замкнених профілів... | 4 |
| Білик С.І., Бут М.О. Удосконалення методики розрахунку коливань сталевих башт при обпиранні на міжповерхові перекриття та пружну основу..... | 18 |
| Фурсов В.В., Бидаков А.Н., Распопов Е.А. Прочность вклеенных стержней на выдергивание при осевом нагружении установленных в LVL элементов с однонаправленным расположением шпонов..... | 24 |
| Нілов О.О., Лавріненко Л.І., Нілова Т.О. Місцева стійкість елементів перерізу сталевих балок з поперечно гофрованими стінками в області пружно-пластичної роботи..... | 33 |
| Перетяцько Ю.Г., Ляшенко І.Ю. Числові розрахунки висоти пружного ядра для несиметричного пружно-пластичного двотавру..... | 51 |
| Марутян А.С. Управляемые конструкции пространственных покрытий из перекрестных систем. Часть 2..... | 104 |
| Кочкаръов Д.В., Бабич В.І. Розрахунок міцності нормальних і похилих перерізів залізобетонних згинальних елементів у контексті з теорією класичного опору матеріалів..... | 119 |
| Крусь Ю.А. Механизм деформирования и усталостного разрушения бетона в условиях статических малоцикловых нагружений центральным сжатием..... | 132 |
| Отрош Ю.А. Методика дослідження залізобетонних конструкцій після пожежі та визначення осередку займання..... | 150 |
| Вимоги до оформлення статей..... | 161 |

УДК 624.071.34

Пропозиції нових сталевих конструкцій із замкнених профілів

Пічугін С.Ф., д.т.н., Чичулін В.П., к.т.н., Чичуліна К.В., к.т.н.

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка,
Україна

Анотація. В статті представлені нові конструктивні рішення арок і ферм із замкнених профілів. Обґрунтовані переваги даного типу конструкцій в порівнянні з існуючими традиційними варіантами конструктивних форм. Наведені результати чисельних розрахунків рамних конструкцій в програмному комплексі.

Аннотация. В статье представлены новые конструктивные решения арок и ферм из замкнутых профилей. Обоснованы преимущества данного типа конструкций по сравнению с существующими традиционными вариантами конструктивных форм. Приведены результаты численных расчетов рамных конструкций в программном комплексе.

Abstract. The article presents new designs of arches and trusses from closed profiles. The advantages of this type of structures over existing traditional forms of design options are proved. The results of numerical calculations of frame structures in the software package are presented.

Ключові слова: ферми, арки, замкнені профілі, легкі сталеві конструкції, комбіновані конструкції.

Стан питання. У сучасній будівельній практиці дедалі більшого застосування набувають легкі сталеві конструкції (ЛСТК). Розглядаючи конструктивні системи з використанням ЛСТК, зазначимо, що це дозволяє реконструювати будівлі, зводячи мансарди, прибудови та надбудови, та швидко зводити нові будівлі з суттєвими перевагами техніко-економічних показників у порівнянні з традиційними способами будівництва. Використовуючи легкі металеві конструкції замість традиційних, можна одержати значний економічний ефект завдяки зниженню навантажень від власної ваги і сейсмічних навантажень, зменшенню транспортних витрат і трудовитрат на монтажі, скороченню термінів будівництва та зниження загальної вартості будови.

Досвід європейських країн довів доцільність застосування конструкцій із профільних труб у малоповерховому будівництві, на жаль, на українському ринку будівельних конструкцій такий досвід не набув загального поширення. Тому питання пошуку нових легких конструкцій з застосуванням профільних труб, альтернативних традиційним конструктивним рішенням, є актуальним питанням для українських проектувальників і будівельників.

На основі існуючого досвіду, представлених нижче переваг досліджуваних конструкцій та перспектив використання їх у масовому цивільному та промисловому будівництві можна припустити, що даний напрямок може стати одним із пріоритетних на українському будівельному ринку. Отже, є необхідність розроблення та популяризації легких конструктивних рішень із трубчастими елементами, враховуючи їхні очевидні переваги та конструкційні особливості.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми. Розв'язання даної проблеми започатковано в низці авторських праць [1–4], в яких представлені конструктивні рішення комбінованих металевих конструкцій ферм та арок, виявлений спектр їх можливого застосування та перспективи. Проведене дослідження надало змогу виявити, що ферми із замкнених гнutoзварних профілів з'явилися ще в 80–90-х роках, про це свідчить певна кількість літературних джерел [5–8]. Розробленню та оптимізації ефективних конструктивних рішень ферм, зокрема, нових конструкцій легких металевих ферм з елементами з розкромлених двотаврів і стиснутими розкосами зі спарених кутиків присвячена робота Попової М. В. [9]; питанням подальших досліджень ферм із квадратних труб, стійких до корозії, присвячена робота Кузнецова А. Ф. [10]. Суттєвий вклад у розвиток конструктивних рішень ферм здійснив Коротких А. В. [11], який представив своє рішення ферм на основі холодногнутих тонкостінних оцинкованих профілів на зсувостійких болтових з'єднаннях та провів їх відповідний експериментальний та чисельний аналіз.

Не розв'язаною раніше частиною проблеми є те, що в рамках загальнодержавної програми енерго- та ресурсозбереження існує необхідність пошуку та розроблення принципово нових конструктивних форм із мінімально можливими показниками матеріаломісткості та вартості.

Задачі дослідження. Як відомо, основні вимоги, які пред'являються до металевих конструкцій, це: відповідність конструктивної форми технології виробництва, функціональним, естетичним та експлуатаційним вимогам; забезпечення необхідної несучої здатності – міцності, стійкості і жорсткості при мінімальній масі конструкцій; досягнення найменшої трудомісткості виготовлення і монтажу; скорочення термінів зведення і досягнення мінімальної вартості каркаса будівлі або споруди. Тому існує постійна необхідність пошуку нових конструктивних рішень, які б цілком відповідали поставленим завданням та характеристикам. Отже, головними задачами проведеного дослідження є отримання оптимальних за показниками конструктивних форм сталевих конструкцій та пошук можливостей збільшення їх ефективності.

Виклад основного матеріалу. Будь-яке удосконалення конструктивної форми направлене на досягнення максимальної ефективності використання конструкції. Досягається це різними прийомами, головними з яких слід вважати: оптимізацію конструктивної форми; застосування попереднього напруження у конструкціях; проектування систем із суміщенням несучих та огорожувальних функцій; концентрацію матеріалу в потужних конструкціях; переважне застосування несучих конструкцій у вигляді розтягнутих поверхонь (мембран) і ниток; широке впровадження просторових систем. При цьому досягається таке рішення конструкції, її геометричних параметрів, марок сталі й розрахунку, при якому споруди повністю відповідають заданим архітектурно-конструктивним вимогам. Звідси впливають і інші напрями вдосконалення будівельних металевих конструкцій [13].

Одним із шляхів удосконалення легких несучих конструкцій, на нашу думку, є використання конструкційних елементів із замкнених профілів, які можуть мати різні перерізи, зокрема, квадратний, прямокутний та овальний. При дослідженні даного питання було виявлено, що традиційно профільні труби виготовляють зі сталі Ст3сп, 09Г2С, а також з нержавіючої сталі. Розглядаючи технологічні особливості виготовлення, зазначимо, що переріз труби – спершу круглий, а згодом деформується різними методами (гарячим і холодним), набуваючи різної необхідної форми.

На основі попередньо проведених досліджень авторами запропоновано нові конструктивні рішення комбінованих металевих конструкцій ферм та арок (рис. 1–4).

На рисунку 1 зображена комбінована металева конструкція ферми з поясами у вигляді прямокутних труб, нижнього поясу – у вигляді вигнутої вниз арки, що працює на розтяг. Така конструкція нижнього поясу є більш економічною, ніж стиснутого поясу. Верхній пояс у вигляді двох стиснутих прямокутних труб і розкріплених пів-арками працює як цілісна система й може виконувати додатково функції огороження. Така конструкційна особливість надає можливість зменшення матеріаломісткості і загалом підвищення ефективності роботи цілої конструкції.

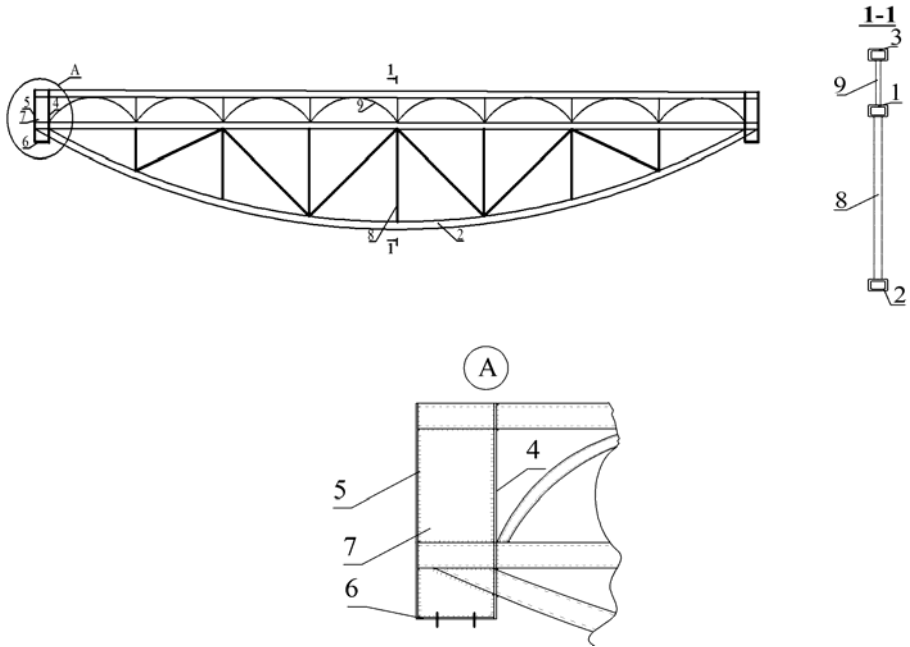


Рис. 1. Комбінована металева конструкція ферми [3]

Позначення: 1, 3 – верхній пояс у вигляді двох прямокутних труб ($\square 120 \div 200$ мм); 2 – нижній пояс із прямокутних труб у вигляді арочного елемента ($\square 120 \div 200$ мм); 4, 5 – опорні ребра із суцільного листа (товщина $t = 6 \div 10$ мм); 6 – опорний лист (товщина $t = 10 \div 20$ мм); 7 – опорна стінка (товщина $t = 8 \div 12$ мм); 8 – решітка ферми ($\square 80 \div 100$ мм); 9 – елемент решітки верхнього поясу і одночасно огорожувальна конструкція (пів-арки $\square 40 \div 60$ мм)

Запропонована комбінована металева конструкція ферми за рахунок спареного верхнього поясу та арочного нижнього поясу, який працює на розтяг, забезпечує багатоваріантність застосування й суттєво зменшує матеріальні витрати. Навантаження від покриття у вигляді поперечних балок (балкова клітка) передається на нижню частину верхнього поясу, що розкріплюється з площини ферми і працює з настилом як просторова система. Верхня частина верхнього поясу, за необхідності, може бути розкріплена з площини трикутними опорами подвійного призначення для комунікацій (трубопроводів тощо). Рекомендоване раціональне застосування запропонованих конструкцій для прогонів 24–36 м.

Розвиток комбінованих конструкцій у вигляді ферм може відбуватися шляхом використання для верхнього поясу просторових трикутних стрижньових елементів, що дасть підвищення стійкості з площини ферми і здешевлення конструкції за масою порівняно з суцільними перерізами.

Відмітимо, що трудомісткість таких конструкцій зростає, тому потрібно оцінювати ці проекти за приведеними витратами.

Представлена ресурсоекономна комбінована конструкція з верхнім та нижнім поясами у вигляді квадратних труб, останній працює як арочний елемент (рис. 2). Існує можливість виконання припорних ділянок таких конструктивних рішень із застосуванням сталевих листів, що забезпечить більшу несучу здатність при дії поперечних сил. В свою чергу, гофрування необхідно виконувати в прогонових ділянках. Необхідно зазначити, що за умови сприймання конструкцією локальних зосереджених навантажень існує необхідність встановлення ребер жорсткості як у традиційних складених балках, так і в приведених вище комбінованих конструкціях, оскільки вони виконують функції забезпечення стійкості стінки.

Приведена комбінована конструкція (рис. 2) є альтернативою звичайним балкам і фермам, яка забезпечує зменшення будівельної висоти (може одночасно виконувати функцію огорожувальної конструкції), транспортних та монтажних витрат тощо.

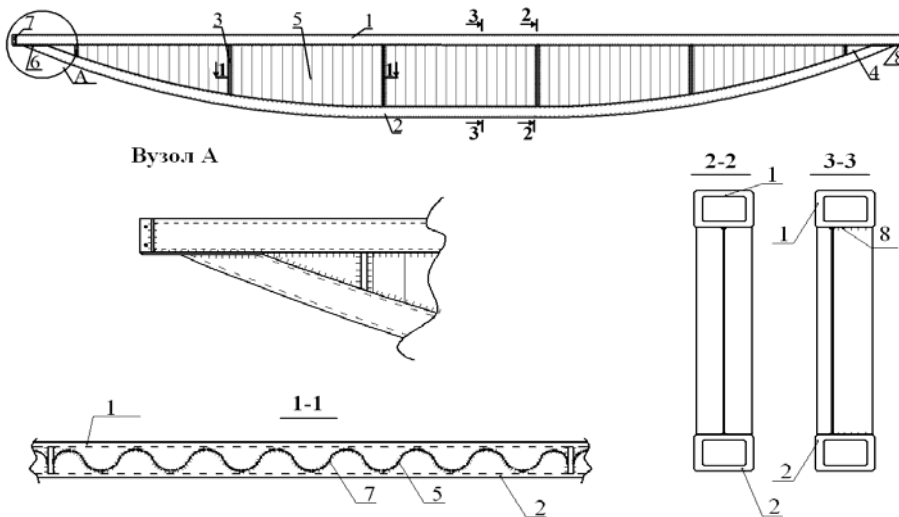


Рис. 2. Ресурсоекономна комбінована конструкція (довжина $L = 8 \div 30$ м) [4]

- Позначення: 1 – верхній пояс із прямокутних труб ($\square 120 \div 200$ мм);
 2 – нижній пояс із прямокутних труб у вигляді арочного елемента;
 3 – ребра (товщина $t = 6 \div 8$ мм); 4 – стінка з суцільного листа (товщина $t = 6 \div 8$ мм); 5 – гофрована стінка хвилястого обрису (можлива товщина $t = 2 \div 3$ мм); 6 – опорний лист (товщина $t = 8 \div 10$ мм);
 7 – опорне ребро (товщина $t = 10 \div 12$ мм); 8 – зварювання кутове (товщина $t_f = 4 \div 6$ мм)

У ході проведеного дослідження представлена конструкція комбінованої металевої арки зі стійками (рис. 3). Таке конструктивне рішення можна використовувати як однопрогонову арочну систему, підсилену системою стійок з оптимальними експлуатаційними показниками, зокрема, з оптимальним співвідношенням висоти і прогону несучої конструкції. Особливістю даного типу конструкцій є використання елементів у вигляді прямокутних труб та консольне спирання арочної системи.

Розглядаючи технологічні переваги такої конструктивної форми, відмітимо, що існує можливість використання зменшених корозійностійких перерізів оптимальної форми (прямокутні труби) для отримання ресурсоекономних конструкцій з мінімальною масою. Окреслюючи етапи виготовлення даної зварної арки зі стійками, необхідним кроком є закріплення на монтажі за допомогою болтів високої міцності. Авторами рекомендовано раціональне застосування комбінованих конструкцій металевих арок зі стійками для прогонів 12–36 м.

Сфера застосування даного типу конструкцій досить різноманітна, зокрема, для офісних та адміністративних споруд, торгівельно-побутових комплексів, ринків, критих стадіонів, виставкових павільйонів, промислових об'єктів, ангарів, цехів тощо.

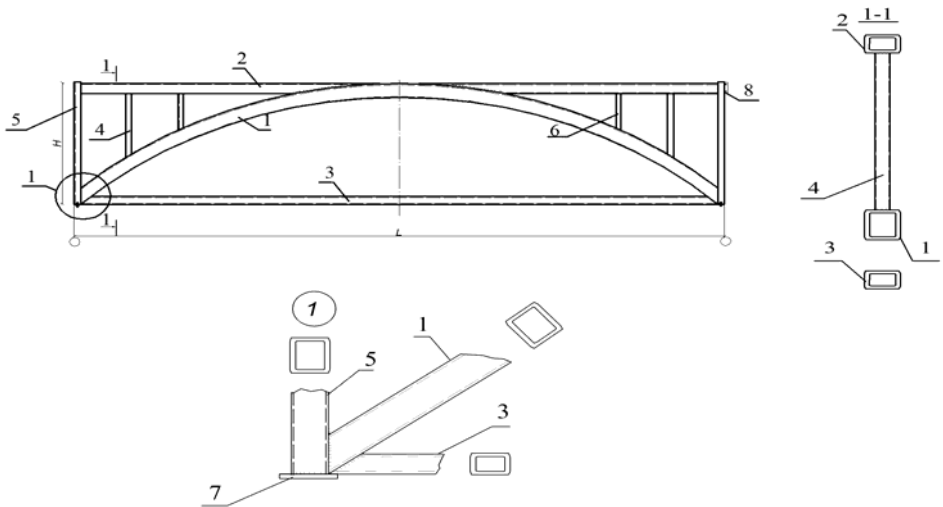


Рис. 3. Комбінована конструкція металевої арки зі стійками

- Позначення: 1 – основний елемент арки – прямокутна труба ($\square 120 \div 200$ мм);
2 – верхній пояс із прямокутної труби ($\square 120 \div 200$ мм); 3 – нижній пояс із прямокутної труби ($\square 80 \div 100$ мм); 4, 5, 6 – стійки ($\square 80 \div 100$ мм);
7 – опорна плита з листа (товщина $t = 6 \div 10$ мм); 8 – опорне ребро з листа (товщина $t = 10 \div 20$ мм)

З метою отримання оптимального за експлуатаційними показниками конструктивного рішення була запропонована комбінована конструкція металевої ферми з просторовим верхнім поясом (рис. 4). Така конструктивна форма може застосовуватись у легких несучих конструкціях покриття з профільованим сталевим настилом. Для такого типу конструкцій прогін може варіюватися від невеликого (24 метра) до суттєво більших (більше 36 метрів). Рекомендований ухил конструкцій може бути стандартним 1,5 %, а також більшим (згідно з завданням на проектування). Існує можливість застосування аروحного обрису ферми для відповідних прогонів. Для даного типу конструкцій висота ферми обумовлюється жорсткістю і залежить від прогону, таким чином, розміри просторової частини верхнього поясу визначаються згідно з розрахунком на стійкість в площині та із площини конструкції. Нижній пояс ферми розкріплюється в'язями з кроком згідно з проведеними розрахунками. Розглядаючи особливості комбінованої конструкції ферми з просторовим верхнім поясом, необхідно відмітити, що монтажні частини ферм виконуються відповідно до стандартів на перевезення вантажів. Рекомендується з'єднання монтажних елементів ферм виконувати фланцями на болтах, а також за допомогою зварювання, використовуючи труби більшого діаметру, що значно зменшує металоємність з'єднань. Прогони між фермами виконуються з прокатних профілів і закріплюються згідно з нерозрізною схемою, за рахунок широкого верхнього поясу ферми. Необхідно зауважити, що застосування даного типу конструкцій обумовлюється економічними розрахунками згідно з приведеними витратами в порівнянні з типовими конструкціями покриття.

Розглядаючи в подальшому застосування замкнених перерізів для просторових аручних елементів, представимо аручну просторову ферму (рис. 5, а) та просторову арку (рис. 5, б). Було підтверджено, що за показниками матеріаломісткості аручні покриття більш економічні, ніж балкові системи.

Авторами встановлено, що найвигідніша висота арки знаходиться в межах $1/4$ – $1/6$ прогону. Обрис арки має максимально відповідати кривій тиску. Крива тиску в арці від постійного навантаження має параболічний обрис, тому найчастіше форма арки приймається параболічною. Однак, для зручності виготовлення елементи арок іноді окреслюють по дузі кола. У пологих арках дуга кола майже збігається з параболою; в більш високих арках параболу доцільно замінювати поєднанням дуг кіл різних радіусів.

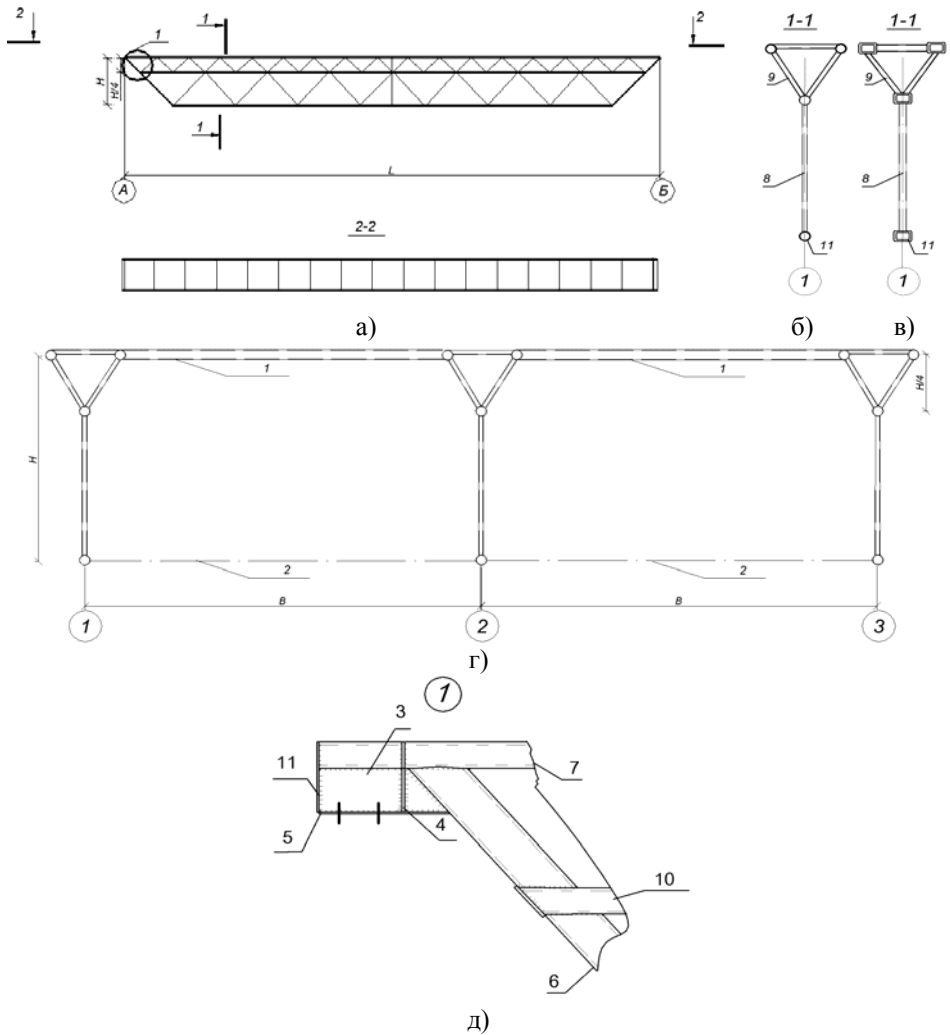


Рис. 4. Комбінована конструкція металевої ферми з просторовим верхнім поясом:
а) загальний вид; б) розріз 1-1, переріз з круглих труб; в) розріз 1-1, переріз з прямокутних труб; г) схема перерізу з прогонами і в'язями; д) вузол 1

Позначення: 1 – прогони; 2 – в'язі; 3 – поздовжнє ребро із суцільного листа (товщина $t = 8 \div 12$ мм); 7, 10 – гілки верхнього поясу у вигляді трьох круглих (прямокутних) труб ($\square 80 \div 100$ мм); 4, 11 – поперечні опорні ребра із суцільного листа (товщина $t = 6 \div 10$ мм); 5 – опорний лист (товщина $t = 10 \div 20$ мм); 6 – елемент решітки (припорний розкіс); 9 – розкоси наскрізного поясу ферми ($\square 80 \div 100$ мм); 8 – елемент решітки ферми ($\square 100 \div 160$ мм).

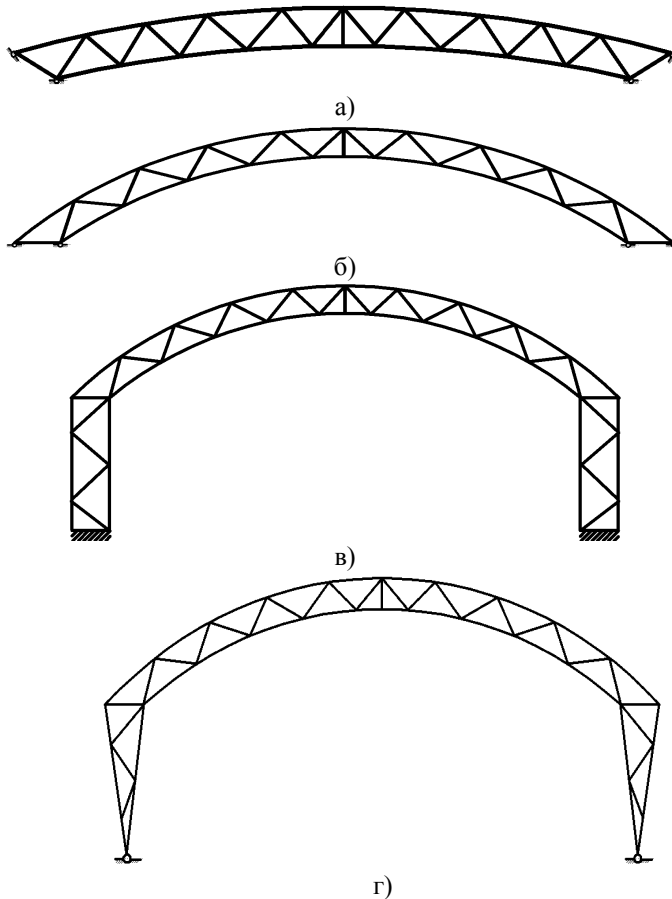


Рис. 5. Сталеві просторові арочні конструкції:
а – арочна просторова ферма; б – просторова арка;
в – безшарнірна просторова рама; г – двошарнірна просторова рама

Особливістю таких конструкцій є те, що висота перерізу арки залежить від прогону і співвідношення між величинами постійного і тимчасового навантаження і приймається для ґратчастих арок у межах $1/30$ – $1/60$ прогону, для суцільних перетинів $1/50$ – $1/80$. Перетин наскрізних арок рекомендується призначати постійної висоти, тобто з паралельними поясами, що найбільш повно відповідає характеру зміни зусиль по довжині. Разом із тим, існує чимало випадків застосування змінних за висотою перерізів, наприклад, серповидних у дво- і тришарнірних аркових покриттях.

Отже, в ході подальшої роботи розглянемо застосування просторових перерізів із замкнених профілів для рамних конструкцій на прикладі традиційних безшарнірних (рис. 5, в) та двошарнірних рам (рис. 5, г). Просторова робота з трьох гілок забезпечує жорсткість у площині та з площини рами. Основні переваги рамних покриттів у порівнянні з балочними – менша вага, велика жорсткість і менша висота ригелів. Традиційно перетини ригелів рам проектують переважно наскрізними при прогонах до 60 м, особливо при ламаному контурі ригелів. Було виявлено, що рамні конструкції ефективні при однаковій жорсткості колон і ригелів. Це дозволяє перерозподіляти зусилля від вертикальних навантажень і значно полегшити ригелі: в цих випадках висота ґратчастих ригелів може бути прийнята такою, що дорівнює $(1/12 - 1/20)$ прогону.

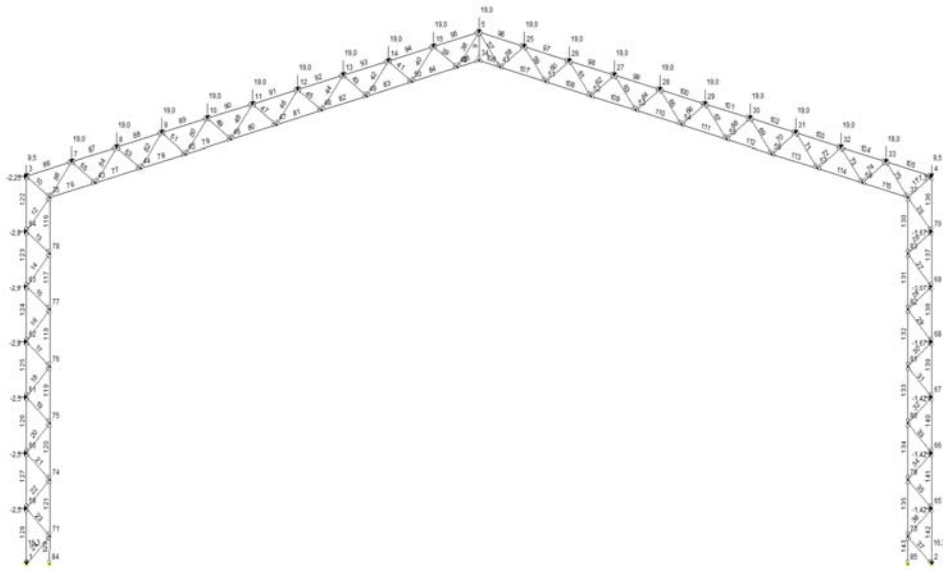
В результаті проведеного дослідження було виявлено, що при застосуванні варіанта двошарнірної просторової рами (рис. 5, г) можливо зменшити вартість споруди за рахунок зменшення розміру фундаменту.

Наступним кроком проведеного дослідження є розгляд прикладу модифікації наскрізної рами. Для даного розрахунку (за допомогою програмного комплексу SCAD) будемо використовувати П-подібну раму з похилим ригелем.

Представлено схему рами з навантаженням і нумерацією вузлів і стрижнів (рис. 6, а). та епюру поздовжніх сил (рис. 6, б). Після встановлення розтяжки у гребеновому вузлі та розпірки у карнизних вузлах розрахунок рами було виконано вдруге.

Схема рами і епюра поздовжніх сил представлені на рис. 7. Розглядаючи результати проведеного розрахунку, відмітимо, що при модифікації рами зниження поздовжніх сил в елементах склало від 20 до 250 відсотків. Досліджено, що особливо суттєво зменшились зусилля у стійках. Отриманий результат надасть можливість відповідної економії матеріалу при проектуванні.

Зростання трудомісткості виготовлення просторових конструкцій перекривається зменшенням матеріаломісткості конструкцій, що дає можливість отримувати більш економічні конструкції.



а)



б)

Рис. 6. Результати чисельного розрахунку рамної конструкції
за програмою SCAD:
а – схема рами; б – епюра поздовжніх сил

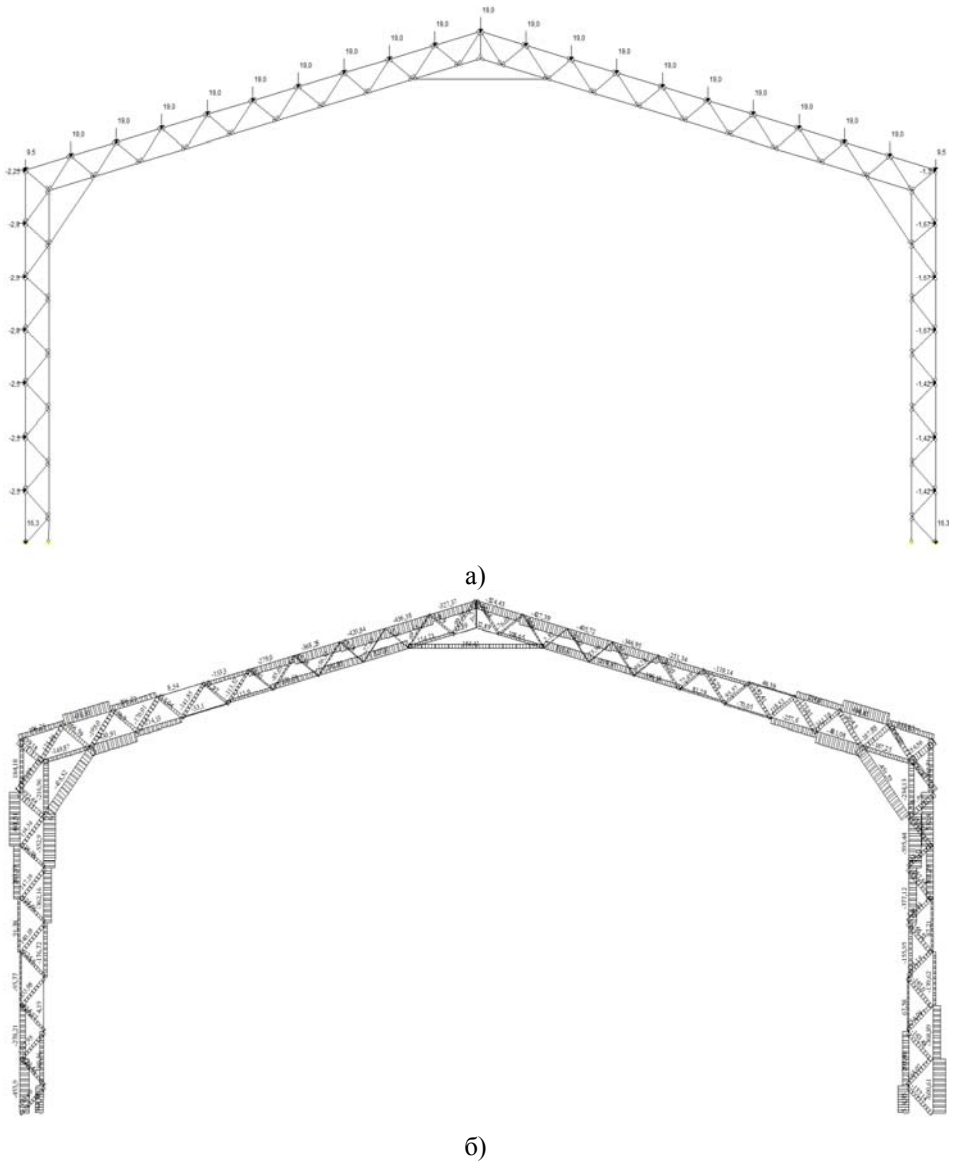


Рис. 7. Результати чисельного розрахунку модифікованої рамної конструкції:
а – схема рами; б – епюра поздовжніх сил

Запропоновані нові конструктивні рішення сталевих просторових ферм, арок і рам, які мають високі характеристики несучої здатності і архітектурної виразності, мінімізують показники матеріаломісткості та трудовитрат. Конструкції даного типу мають підвищені характеристики загальної стійкості окремих елементів і системи в цілому як у площині, так і з площини.

Висновки

В результаті проведеного дослідження представлена низка конструктивних рішень легких комбінованих металевих ферм та арок, які мають широкий спектр застосування у будівництві. Перевагами запропонованих рішень є легкість, індустріальність та велика жорсткість. Проведені чисельні розрахунки рамних конструкцій дозволили довести економічність даних конструктивних рішень і відслідкувати суттєве зменшення зусиль у стійках.

Література

- [1] Пічугін С. Ф. Нові конструктивні системи легких комбінованих ферм / С. Ф. Пічугін, В. П. Чичулін // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : зб. наук. праць / НУВГП. – Вип. 31. – Рівне, 2015. – С. 486–491.
- [2] Пічугін С. Ф. Нові ресурсоекономні конструкції з профільних труб / С. Ф. Пічугін, В. П. Чичулін, К. В. Чичуліна // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : зб. наук. праць / НУВГП. – Вип. 32. – Рівне, 2016. – С.243–248.
- [3] Пат. 98331 Україна, МПК (2006) Е 04 С 3/02. Комбінована металева конструкція ферми / Пічугін С. Ф., Чичулін В. П., Чичуліна К. В.; власник Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. – № u201411960; заявл. 05.11.2014; опубл. 27.04.2015. – 4 с.
- [4] Пат. 98332 Україна, МПК (2006) Е 04 С 3/02. Ресурсоекономна комбінована металева конструкція / Пічугін С. Ф., Чичулін В. П., Чичуліна К. В.; власник Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. – № u201411961; заявл. 05.11.2014; опубл. 27.04.2015. – 4 с.
- [5] Галатенко В. А. Исследование металлических ферм из прямоугольных труб, сваренных из прокатных уголков : Автореф. дис. ... канд. техн. наук / В. А. Галатенко. – Новосибирск, 1982. – 22 с.
- [6] Гарф Э. Ф. Исследования конструктивной прочности сварных узлов и элементов из гнутых профилей замкнутого сечения : Автореф. дис. ... канд. техн. наук : спец. 05.23.01 «Строительные конструкции, здания и сооружения» / Э. Ф. Гарф. – Киев, 1970. – 19 с.
- [7] Металлические конструкции. В 3-х т. : учебник для студ. строит. спец. вузов и аспирантов. Т. 2. Конструкции зданий / [В. В. Горев и др.] ; ред. В. В. Горев. – 3-е изд., стер. – М. : Высшая школа, 2004. – 528 с.
- [8] Новые формы легких металлических конструкций : коллективная монография / ЦНИИПСК им. В.А. Кучеренко : АО «Монтажспецстрой»; фирма «Стальстрой». – М. : ИНПА, 1993. – 80 с.

- [9] Попова М. В. Новые конструкции легких металлических ферм с элементами из раскrojенных двутавров : Автореф. дис. ... канд.техн.наук : спец. 05.23.01 «Строительные конструкции, здания и сооружения» / М. В. Попова. – Владимир, 1999. – 25 с.
- [10] Кузнецов А. Ф. Фермы из квадратных труб на ребро без фасонки, устойчивые против коррозии / А. Ф. Кузнецов, В. А. Кузнецов // Вестник ЮУрГУ. Серия: Строительство и архитектура. – № 16 (233). – Из-во ЮУрГУ, 2011. – С. 7–10.
- [11] Коротких А. В. Фермы из тонкостенных оцинкованных профилей с перекрестной решеткой на сдвигоустойчивых соединениях : Автореф. ... дис. канд. технич. наук : спец. 05.23.01 «Строительные конструкции, здания и сооружения»/ А. В. Коротких. – Красноярск, 2012. – 22 с.
- [12] Павлов А. Б. Методологические основы современной системы принципов формoобразования строительных конструкций / А. Б. Павлов, В. М. Фридкин // Academia. Архитектура и строительство / МГСУ. – 2010. –№ 1. – С. 70–73.
- [13] Файбишенко В. К. Металеві конструкції: навчальний посібник для вузів [Електронний ресурс] / В. К. Файбишенко. – Стройиздат, 1984. – Режим доступу: <http://bibliograph.com.ua/spravochnik-108-metallokonstrukcii/1.htm> – Назва з екрана.

Надійшла до редколегії 07.11.2016 р.

УДК 624.014

Удосконалення методики розрахунку коливань сталевих башт при обпиранні на міжповерхові перекриття та пружну основу

Білик С.І., д.т.н, Бут М.О.

Київський національний університет будівництва і архітектури, Україна

Анотація. Удосконалена методика визначення власних частот коливань призматичних пружних елементів при обпиранні на пружну основу. Викладено удосконалену методику визначення характеристики пружної основи при обпиранні на балки покриття і перекриття будівлі. Наведені приклади за числовими дослідженнями впливу пружної основи на параметр частоти власних коливань висотних споруд і конструкцій, розташованих на покриттях будівель.

Аннотация. Усовершенствована методика определения собственных частот колебаний призматических упругих элементов при расположении на упругом основании. Изложена усовершенствованная методика определения характеристики упругого основания при опирании на балки покрытия и перекрытия здания. Приведены примеры по числовым исследованиям влияния упругого основания на параметр частоты собственных колебаний высотных сооружений и конструкций, расположенных на покрытиях зданий.

Abstract. Method for determination of natural frequencies of prismatic elastic elements when placed on an elastic foundation is improved. Improved method of determining the elastic characteristics of the base when supported on the beam and floor coverings of the building is explained. Examples are presented concerning numerical studies of the effect of elastic foundations on the frequency of fluctuation of high-rise buildings and structures located on roofing of buildings.

Ключові слова: диманіка споруд, частота коливань, пружна основа.

Постановка проблеми. Актуальність роботи. Визначення взаємодії сталевих конструкції споруд і основи, на яку обпирається конструкція, актуальна і важлива науково-технічна проблема, оскільки пов'язана з багаточисельним використанням різних конструкцій башт, антен, технологічного обладнання під час обпирання на міжповерхове перекриття. Удосконалення методики розрахунку у сталевих конструкціях на пружній основі є також актуальною практичною задачею висотного металобудівництва.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Основи динаміки споруд, з урахуванням умов обпирання, викладені у книгах [1–6]. В монографії [1] наведено методика і розрахунок першої частоти власних коливань цегляної труби на пружній основі. В книгах [2, 5] приведені рішення задач коливань консольного стрижня на пружній основі при розташуванні на вільному кінці елемента зосередженої ваги та при нехтуванні власної ваги

елемента. В статті [7] наведено числові дослідження визначення першої частоти власних коливань сталевої антенної опори за допомогою програмного комплексу «SCAD-Office-11» на основі МСЕ. В дослідженнях [6] наведено послідовність визначення власних коливань балки при пружних опорах. Дослідженням коливань технологічного обладнання на пружному перекритті присвячена робота [8].

Загальний вид рівняння амплітудних коливань призматичної балки дано в роботі академіка С. П. Тимошенка [3, 6]:

$$X^{IV}(x) - k^4 X(x) = 0, \text{ де } k^4 = \frac{p^2}{EI_x / \rho A_F}. \quad (1)$$

При рівномірно розподіленому навантаженні власної ваги (ρA_F) на одиницю довжини та при згинальній жорсткості EI_x власні коливання пружної балки описують лінійним однорідним диференціальним рівнянням четвертого ступеня. Характеристичне рівняння диференціального рівняння (1) $n^4 - k^4 = 0$ приводить до коренів квадратного рівняння: $n^2 = \pm k^2$; $n_{1,2} = \pm \sqrt{k^2} = \pm k$; $n_{3,4} = \pm \sqrt{-k^2} \rightarrow n_{3,4} = \pm k\sqrt{-1}$. Прийняття комплексної змінної $i = \sqrt{-1}$ дає вирази чотирьох коренів характеристичного рівняння: $n_1 = +k$; $n_2 = -k$; $n_3 = ki$; $n_4 = -ki$. Рішення амплітудного рівняння коливань набуває вигляду в прийнятих позначеннях: $X = C_1 e^{kx} + C_2 e^{-kx} + C_3 e^{ikx} + C_4 e^{-ikx}$. При переході до тригонометричних і параболічних функцій [3, 6].

$$\begin{aligned} X &= C_1 [\cos(kx) + ch(kx)] + C_2 [\cos(kx) - ch(kx)] + \\ &+ C_3 [\sin(kx) + sh(kx)] + C_4 [\sin(kx) - sh(kx)]; \\ X' &= C_1 [-\sin(kx) + sh(kx)] + C_2 [-\sin(kx) - sh(kx)] + \\ &+ C_3 [\cos(kx) + ch(kx)] + C_4 [\cos(kx) - ch(kx)]; \\ X'' &= C_1 [-\cos(kx) + ch(kx)] + C_2 [-\cos(kx) - ch(kx)] + \\ &+ C_3 [-\sin(kx) + sh(kx)] + C_4 [-\sin(kx) - sh(kx)]; \\ X''' &= C_1 [\sin(kx) + sh(kx)] + C_2 [\sin(kx) - sh(kx)] + \\ &+ C_3 [-\cos(kx) + ch(kx)] + C_4 [-\cos(kx) - ch(kx)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Можливий запис останніх рівнянь через функції наведено в роботі [3].

Постановка задачі. Розробити методику визначення власних коливань пружно-защемленого елемента на базі аналітичних досліджень. Узагальнити методику розрахунку характеристики пружності основи при обпиранні на міжповерхове перекриття.

Виклад основного матеріалу досліджень

1. Розглянуто пружну консольно-защемлену балку з жорсткістю поперечного перерізу EI_x , балка пружно защемлена, яка при коливаннях має кут повороту защемленого перерізу β , а переміщення по напрямку пружної опори зведеної $\Delta = b\beta$, де b – половина ширини бази конструкції.

Пружність обпирання визначається: $M_{0k} = -k_b \Delta b = -k_b b^2 \beta$. Характеристикою пружності обпирання консольного елемента на балку є коефіцієнт (параметр) k_b . Граничні умови на кінцях консольної балки мають такий вигляд і дають відношення між невизначеними коефіцієнтами:

$$X_{x=0} = 0 \rightarrow 2C_1 = 0 \rightarrow C_1 = 0;$$

$$EI_x X''_{x=0} = M_{0k} \rightarrow C_2 = \frac{0,5k_1 b^2 \beta}{EI_x} \rightarrow 0,5\beta = \frac{EI_x}{k_1 b^2} C_2; \quad (3a)$$

$$X'_{x=0} = \beta \rightarrow C_3 = 0,5\beta \rightarrow C_3 = \frac{EI_x}{k_b b^2} C_2; \quad (3b)$$

$$EI_x X''_{x=l} = 0 \rightarrow C_2 [-\cos(kl) - ch(kl)] + C_3 [-\sin(kl) + sh(kl)] + C_4 [-\sin(kl) - sh(kl)] = 0; \quad (4a)$$

$$EI_x X'''_{x=l} = 0 \rightarrow C_2 [\sin(kl) - sh(kl)] + C_3 [-\cos(kx) + ch(kl)] + C_4 [-\cos(kl) - ch(kl)] = 0. \quad (4b)$$

Два останніх рівняння (4a, 4b) при заміні коефіцієнтів, які отримані з граничних умов пружного обпирання елемента при $x = 0$, дають однорідну систему двох трансцендентних рівнянь з постійними коефіцієнтами C_2 і C_4 :

$$\begin{cases} X''_{x=l} = 0 \rightarrow C_2 [-\cos(kl) - ch(kl) - \frac{EI_x}{k_1 b^2} \sin(kl) + \frac{EI_x}{k_1 b^2} sh(kl)] + \\ + C_4 [-\sin(kl) - sh(kl)] = 0; \\ X'''_{x=l} = 0 \rightarrow C_2 [\sin(kl) - sh(kl) - \frac{EI_x}{k_1 b^2} \cos(kx) + \frac{EI_x}{k_1 b^2} ch(kl)] + \\ + C_4 [-\cos(kl) - ch(kl)] = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Нетривіальне рішення системи (5) дає частотне рівняння при умові рівності нулю головного визначника системи.

$$1 + \cos(kl)ch(kl) + kl \frac{EI_x}{k_b b^2} [\sin(kl)\cos(kl) - sh(kl)ch(kl)] = 0. \quad (6)$$

При значній жорсткості опори $k_1 \rightarrow \infty$ частотне рівняння (6) переходить до частотного рівняння власних коливань жорстко консольно-защемленої балки [3, 5, 6]: $1 + \cos(kl)ch(kl) = 0$.

Частота коливань f_i визначається з умов:

$$p_i = k_i^2 \sqrt{\frac{EI_x}{m}} \rightarrow p_i = k_i^2 \sqrt{\frac{EI_x}{\rho A_F}} = k_i^2 l^2 \sqrt{\frac{EI_x}{\rho A_F l^4}}; \quad f_i = \frac{p_i}{2\pi}.$$

Останнє рівняння може бути переписано так:

$$p_i = k_i^2 l^2 \frac{i_x}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\psi_c \rho}}, \quad (7)$$

де ψ_c – конструкційний коефіцієнт вертикальної споруди, є відношення дійсної теоретичної ваги конструкції (за кресленнями КМ) до простої теоретичної.

Момент на опорі в защемленому кінці балки визначають через кут повороту перерізу і розміри бази обпирання: $M_{0k} = \beta b^2 k_b$. За законами будівельної механіки відомо, що при прикладанні до центру шарнірно обпертої балки одиничного зосередженого моменту кут повороту перерізу в центрі балки буде: $12EI_{xb}\beta = M_{0k}L$. Таким чином:

$$M_{0k}L = \beta b^2 k_b L = 12EI_{xb}\beta \rightarrow b^2 k_b = 12EI_{xb} / L; \\ \frac{EI_x}{k_b b^2} = \frac{EI_x}{12EI_{xb} b^2 / (L b^2)} \rightarrow \frac{EI_x}{k_b b^2} = \frac{I_x L}{12I_{xb}}. \quad (8)$$

Частотне рівняння (6) тепер має запис.

$$1 + \cos(kl)ch(kl) + kl \frac{I_x L}{12I_{xb} l} [\sin(kl)\cos(kl) - sh(kl)ch(kl)] = 0. \quad (9)$$

В таблиці 1 наведені результати числових досліджень впливу пружності основи на частоту власних коливань конструкцій, розташованих на конструкціях перекриття.

Таблиця 1

Залежність між коренями рівняння (9) і пружністю основи $\frac{EI_x}{k_b b^2} = \frac{I_x L}{12 I_{xb}}$

| $\frac{EI_x}{k_1 b^2}$ | kl | $\frac{EI_x}{k_1 b^2}$ | kl | $\frac{EI_x}{k_1 b^2}$ | kl |
|------------------------|--------|------------------------|--------|------------------------|---------|
| 10 | 0,6199 | 0,75 | 1,1371 | 1,7905 | 0,02 |
| 8 | 0,655 | 0,5 | 1,2341 | 1,809 | 0,015 |
| 7 | 0,677 | 0,4 | 1,2881 | 1,8295 | 0,01 |
| 6 | 0,7027 | 0,3 | 1,3561 | 1,8515 | 0,005 |
| 5 | 0,7346 | 0,2 | 1,449 | 1,8625 | 0,0025 |
| 4 | 0,7753 | 0,1 | 1,5891 | 1,8705 | 0,001 |
| 3 | 0,8306 | 0,05 | 1,6981 | 1,8739 | 0,00025 |
| 2 | 0,9135 | 0,04 | 1,7252 | 1,8741 | 0,0002 |
| 1 | 1,0691 | 0,03 | 1,7559 | 1,8746 | 0,0001 |
| | | | | 1,8751 | 0 |

2. При обпиранні на пружну основу розглянуто приклад консольної споруди висотою від 50–200 м. Кут повороту перерізу і пружність основи в цьому випадку слід визначати зі статичного розрахунку споруди:

$$k_b b^2 = \frac{M_{0k}}{\beta} ; \frac{EI_x}{k_b b^2} = \beta \frac{EI_x}{M_{0k}}. \quad (10)$$

Проведені числові дослідження впливу пружності основи на частоту власних коливань висотних споруд, які наведені у таблиці 2.

Таблиця 2

Залежність між коренями рівняння (9) і пружністю основи $\frac{EI_x}{k_b b^2} = \beta \frac{EI_x}{M_{0k}}$

| $\frac{EI_x}{k_1 b^2}$ | kl | $\frac{EI_x}{k_1 b^2}$ | kl | $\frac{EI_x}{k_1 b^2}$ | kl |
|------------------------|--------|------------------------|--------|------------------------|--------|
| 50 | 0,416 | 28 | 0,4805 | 15 | 0,5609 |
| 40 | 0,44 | 25 | 0,4942 | 12 | 0,5928 |
| 30 | 0,4723 | 20 | 0,5223 | 11 | 0,6056 |
| 35 | 0,4545 | 18 | 0,5361 | 10 | 0,6199 |

Від значень kl переходять до частоти та періоду власних коливань за відомими формулами.

Висновок

В роботі удосконалена фізико-математична модель коливань консольного елемента на пружній основі, отримано частотне рівняння коливань конструкції – (6, 7, 9) в залежності від конструкційних ознак пружної основи.

При розташуванні конструкцій на конструкції покриття уточнена методика визначення параметра пружної основи з урахуванням параметрів конструкції, що надбудовується.

Проведені числові дослідження впливу пружної основи на значення першої частоти власних коливань. Встановлено, що пружна основа зменшує значення першої частоти власних коливань (таблиці 1, 2).

Література

- [1] Безухов Н. И. Устойчивость и динамика сооружений в примерах и задачах / Н. И. Безухов, О. В. Лужин. – М. : Госстройиздат, 1963 – 372 с.
- [2] Киселев В. А. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений. Спецкурс / В. А. Киселев. – М. : Стройиздат, 1980. – 616 с.
- [3] Смирнов А. Ф. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений / [А. Ф. Смирнов, А. В. Александров, Б. Я. Лашенников, Н. Н. Шапошников]. – М. : Стройиздат, 1984 – 416 с.
- [4] Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. Расчетно-теоретический ; книга 2 / [Под ред. проф. Уманского А. А.] – М. : Изд. лит. по строительству, 1973. – 415 с.
- [5] Справочник по динамике сооружений / [Под ред. Б. Г. Коренева, И. М. Рабиновича] – М. : Стройиздат, 1972 – 711 с.
- [6] Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко, Д. Х. Янг, У. Уивер, – М. : Машиностроение, 1985 – 476 с.
- [7] Альохін А. М. Числові дослідження поведінки антенних опор під дією ожеледно-вітрових навантажень / А. М. Альохін // Металеві конструкції : збірник наукових праць. – Донецьк : МОН України, Донбаська ДАБіА, 2008. – № 3, Том 14. – С. 189–199.
- [8] Бирбраер А. Н. Расчет конструкций на сейсмостойкость / А. Н. Бирбраер. – СПб. : Наука, 1998. – 255 с.

Надійшла до редколегії 18.11.2016 р.

УДК 694.14

Прочность клеенных стержней на выдергивание при осевом нагружении установленных в LVL элементов с однонаправленным расположением шпонов

Фурсов В.В., д.т.н., Бидаков А.Н., к.т.н., Распопов Е.А.

Харьковский национальный университет строительства и архитектуры,
Украина

Анотація. Використання клеєних стрижнів для виконання з'єднань дерев'яних конструкцій широко розповсюджено та активно використовується у сучасній будівельній практиці. Клеєний шпоновий брус LVL є новим матеріалом на основі деревини та має характеристики міцності вище, ніж клеєна або цільна деревина. Міцність з'єднань на клеєних стрижнях елементів конструкцій з LVL мало вивчена та потребує досліджень для широкого впровадження цього матеріалу у несучих конструкціях елементів будівельних каркасів цивільних та промислових будівель.

Аннотация. Использование клеенных стержней для выполнения соединений деревянных конструкций широко распространено и активно используется в современной строительной практике. Клееный шпоновый брус LVL является новым древесным материалом и имеет прочностные характеристики выше, чем клееная и цельная древесина. Прочность соединений на клеенных стержнях элементов конструкций из LVL мало изучена и требует исследований для широкого внедрения этого материала в несущих конструкциях элементов строительных каркасов гражданских и промышленных зданий.

Abstract. Glued-in steel rods are wide spread and active applied in modern building practice for joints of timber structures. Laminated veneer lumber (LVL) is a new timber based material. It has strength characteristics higher then glued laminated timber and solid timber. Strength of LVL elements connections with glued-in steel rods is not enough investigated and needs to research for implementation of this material in building constructions.

Ключевые слова: клеенные стержни, осевое выдергивание, клееный шпоновый брус (LVL), Ultralam-R, усиление винтами.

Вступление. Древесный брус на основе шпона LVL (Laminated Veneer Lumber) производится с однонаправленным либо взаимно перпендикулярным расположением шпона в смежных слоях. Поперечные слои шпона могут чередоваться через один или несколько продольных слоев шпона. Продукция Европейского производителя LVL марки Kerto® довольно широко исследована и имеет несколько другие прочностные и упругие характеристики, чем LVL марки Ultralam® (Россия, г. Торжок), поскольку использована древесина северных регионов России. В настоящее время предложен новый вид LVL на основе шпона бука с более высокими показателями прочности и жесткости. Под руководством

проф. Бласса Н. Й. (г. Карлсруэ, Германия) выполняется ряд испытаний по оценке прочности соединений букового LVL (Buchen-FSH), в том числе, изучаются соединения на клеенных стержнях.

Популярность применения клеенных стержней в странах Западной Европы не равномерна, так как выполнение данного типа соединения конструкций требует больших трудозатрат и стоимости, чем установка винтов различных типов. Также сложность контроля качества вклейки стержней затрудняет их частое применение зарубежными коллегами. Автором данного типа соединений среди коллег из Европейских стран принято считать Н. Riberholt [2], поскольку первая работа проф. Турковского С.Б. [1] на английском языке была опубликована на год позже. Однако в отечественных публикациях соединения на клеенных стержнях предложены в середине 80-х годов. В 1986 году подобные решения были осуществлены на электрофизическом комплексе ГИИТ-12-30, эксплуатируемые на открытом воздухе. В течение последних 10 лет были предприняты существенные попытки систематизации и анализа различных методов установки и расчета клеенных стержней различными странами, см. технический отчет Mislav Stepinac [8] выполненный в рамках комитета COST Action FP1004 “Enhancement mechanical properties of timber, engineered wood products and timber structures”.

Например, проект по исследованию соединений на клеенных стержнях GIROD Project (1998–2000) ставил задачи анализа влияния различных факторов на прочность соединений. Рассматривались такие факторы, как толщина клеевого слоя, диаметр стального стержня, расстояния к кромке и расстояние между стержнями, различные виды клея, включая полиуретановый. В этом проекте работали немецкие и шведские исследователи (SP – Swedish National Testing and Research Institute, FMFA Otto-Graf Institute, Germany; University of Karlsruhe, Germany; TRADA Technology, UK; Lund University, Sweden), результаты исследований которых опубликованы в отчете GIROD Project Rapport 2002 [6]. Также проблемы соединений на клеенных стержнях рассматривалась в комитетах COST Action E13 [9] и COST Action E34 [10].

Сегодня в EN 1995-1-1 отсутствуют указания о выполнении расчета и правил установки клеенных стержней, хотя проект второй части Еврокода 5 (EN 1995-2) по проектированию деревянных мостов [11] в приложении С содержит ряд положений по выполнению соединений на клеенных стальных стержнях. Результаты предпринятых усилий в вопросе интеграции методов расчета соединений на клеенных стержнях в Еврокоде 5 хорошо изложены в докладе Larsen [5] «Грустная история клеенных стержней в Еврокоде 5» (The sad story of glued-in bolts in Eurocode 5) на ежегодной Европейской конференции по деревянным конструкциям CIBW-18 в 2011 году.

Матеріали і методи. В лабораторії будівельних конструкцій ХНУСА в 2015–2016 роках були проведені значительні по об'єму дослідження LVL типу R на статическі навантаження для визначення прочностних і еластических характеристик при стисненні під різними кутами. Крім цього виконані випробування балок з'єднанням на клеєних стержнях а також образців на видергування клеєних стержней, изложенные в данной статье.

Статическі випробування на видергування клеєних стержней виконувались із образців LVL з однонаправленим шпоном марки Ultralam® типу R. Поперечне сечення стержней LVL елементів складала 75*75 мм, а довжина 500 мм. Глибина клеєнки стержней була прийнята 180 мм з величиною отворстия 18 мм. Діаметр одиночних клеєних стержней був прийнят 14 мм, а діаметр стержней установлених по 2 в кожному торці був прийнят 16 мм. Видергування стержней виконувалось путем навантаження елемента з двосторонніми клеєними стержнями на рівну глибину клеєнки (рис. 1). Клас прочності сталі сталевих шпильок 5.8. Зарубежні колеги використовують клас прочності сталі клеєних шпильок, як правило, 8.8 или 10.9. Для клеєнки стержней використовувався двохкомпонентний епоксидний клей на базі смоли ЭД-20.

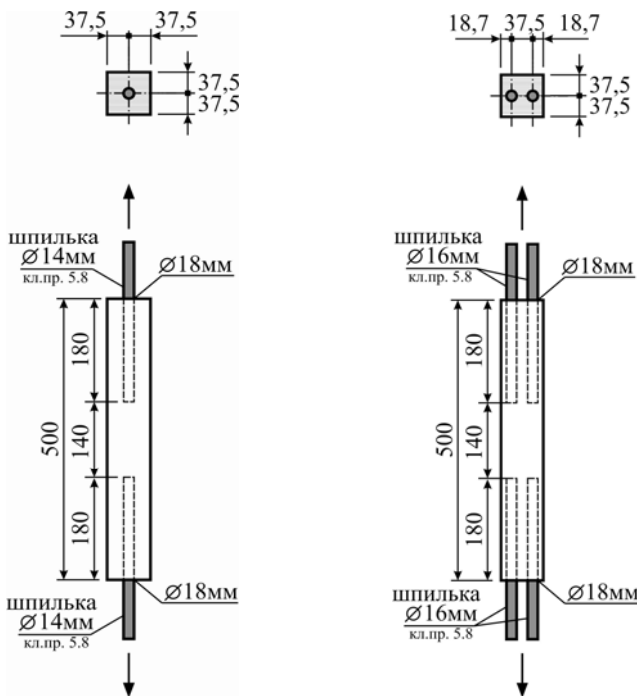


Рис. 1. Схема проведення випробування і геометрическі параметри образців

Принятые расстояния между стержнями и от центра стержня к боковым граням элемента в поперечном сечении меньше величин рекомендуемых для вклеивания стержней в цельную или клееную древесину согласно нормам различных стран, которые содержат соответствующие указания: СП 64.13330.2011 (Россия), DIN 1052:2008-12 (Германия), В 1995-1-1 (Австрия), SIA 265:2012 (Швейцария). Не многие страны содержат указания о правилах выполнения соединений на вклеенных стержнях и методах их расчета, что проанализировано в работе хорватского исследователя Štepić M. [7].

Обсуждение результатов. Схема разрушения образцов имеет типичный хрупкий характер, сопровождающийся выдергиванием стержня с частью древесины (рис. 2) и раскалыванием торцов элементов древесины, в которые вклеены стальные стержни. Результаты испытаний показаны в таблице 1 со схематическими изображениями разрушения торцов каждого образца.

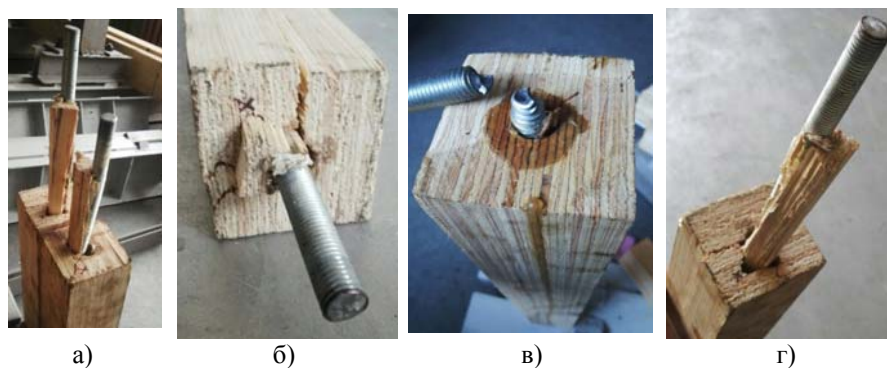


















Рис. 2. Схема разрушения образцов

Результат разрушения соединения с разрывом стального стержня (рис. 2 в) еще раз доказывает эффективность вклеенных стержней как метода выполнения жестких стыков элементов не только из клееной древесины, но и элементов из LVL.

Таблиця 1

Результаты испытаний образцов

| Номер образца | Один стержень | | | Два стержня | | |
|---------------|----------------------------|---|------------------------------|----------------------------|---|------------|
| | Разрушающая нагрузка, [kN] | Характер разрушения | Примечание | Разрушающая нагрузка, [kN] | Характер разрушения | Примечание |
| 1 | 58 |  | 2 трещины | 85 |  | 4 трещины |
| 2 | 53 |  | 3 трещины | 84,5 |  | 4 трещины |
| 3 | 62 |  | 2 трещины | 72,5 |  | 4 трещины |
| 4 | 59 |  | 4 трещины | 84,5 |  | 3 трещины |
| 5 | 60 |  | - | 113 |  | 2 трещины |
| 6 | 55 |  | 3 трещины | | | |
| 7 | 56 |  | 2 трещины | | | |
| 8 | 60 |  | 2 трещины | | | |
| 9 | 68 |  | 3 трещины | | | |
| 10 | 63 |  | разрушение стального стержня | | | |
| 11 | 62 |  | 1 трещина | | | |

При анализе результатов исследования прочности соединений на клеенных стержнях подтверждены модели разрушения, предложенные Plustochowicz (2010) [3], приведенные на рис. 3. Модель разрушения, наблюдаемая при испытаниях, зависит от ряда факторов, среди которых доминируют способ клеивания стержней и характер работы узла.

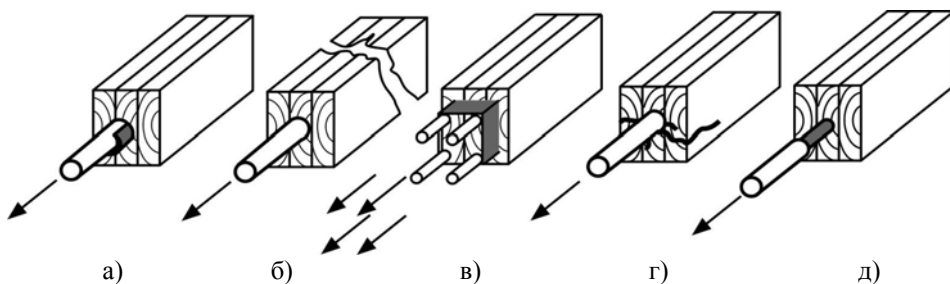


Рис. 3. Модели разрушения соединений древесины на клеенных стержнях, согласно Plustochowicz и др. (2010) [3]:

- а) скалывание древесины (сдвиговое разрушение); б) разрушение при растяжении древесины; в) блоковое сдвиговое разрушение; г) раскалывание; д) разрушение стержня

Для решения проблемы раскалывания LVL в торцевой части в работах N. Meyer [4] и S. Harris [12] предлагают усиление торцевой части, путем установки винтов в двух плоскостях перпендикулярно оси клеенного стержня. Также возможно выполнение одностороннего усиления, если LVL элемент имеет слои шпона с поперечным направлением волокон относительно большинства слоев шпона, см. рис. 4.

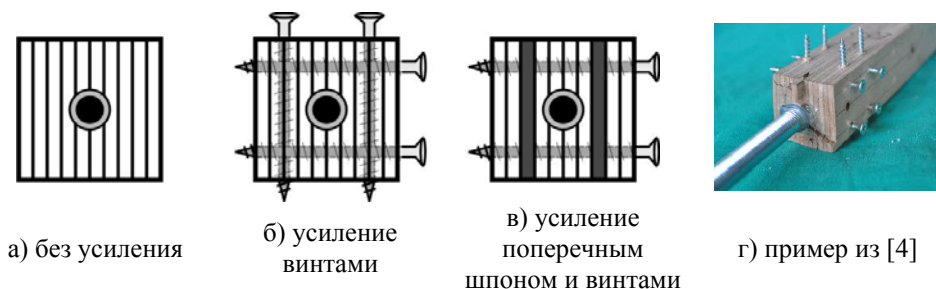


Рис. 4. Схема установки винтов при раскалывании торцов с клееными стержнями

В результате усиления торцевой части винтами механизм разрушения образцов становится вязким, что является положительным эффектом для соединений строительных конструкций.

Анализ показателей разрушающей нагрузки относительно вида разрушения, а именно, количество трещин или расколов, наблюдаемые при испытаниях, графически показано на рис. 5, для образцов с одним и двумя клееными стержнями. Прочность образца без расколов или с малым их числом показывают более высокие показатели прочности, чем образцы, разрушающиеся с множественными расколами или трещинами.

Наблюдаемая тенденция снижения прочности с увеличением количества расколов (трещин) в образцах объясняет необходимость выполнения конструктивных мер в виде установки винтов. Механизм разрушения, сопровождающийся раскалыванием торцов, является менее желательным, чем выдергивание древесины вокруг стержня. Установленные винты увеличивают показатели прочности соединений на клеенных стержнях и позволяют достигнуть вязкого характера разрушения.

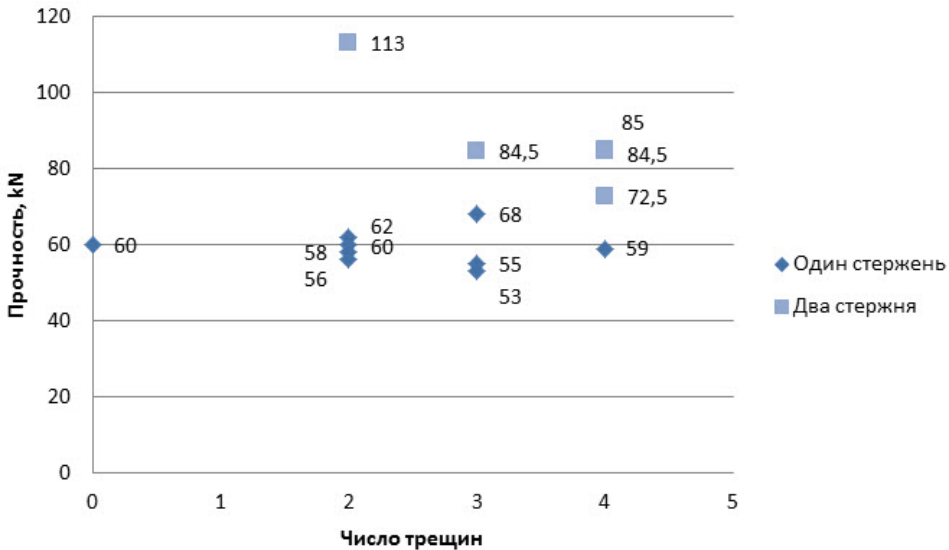


Рис. 5. Прочность соединений и количество трещин при разрушении

Превентивные конструктивные решения в виде установки винтов, препятствующих раскалыванию древесины в соединениях, активно используются в Германии, Австрии, Швейцарии, но отражены только в национальных нормах Австрии, в ON B 1995-1-1:2015 и отсутствуют в Еврокоде 5 (EN 1995-1-1). Несмотря на это, усиление элементов конструкций винтами (шурупами) различного типа на проектной стадии в Западноевропейских странах общепринято и выполняется для усиления опорных зон балок, коньковых зон гнутоклеенных и двускатных балок, а также при усилении различного типа подрезок и перфораций.

Выводы

Результаты анализа испытаний клеенных стержней, установленных в элементы из шпонового бруса (LVL) Ultralam® типа R при осевом растяжении, позволяют считать возможным использовать такие решения в несущих конструкциях различного типа. Характер разрушений образцов подтверждает необходимость выполнения усиленных торцов элементов с клееными стержнями для увеличения прочности соединения и достижения вязкого разрушения. Разрушения армирующего стального стержня класса прочности 5.8 подтверждает рекомендации ученых Западной Европы использовать для клеенных стержней класс прочности минимум 8.8. Для решения вопроса равнопрочности такого соединения возможно увеличение глубины клейки, что планируется проводить в дальнейших работах.

Литература

- [1] Turkovsky S. B. Designing of wood glued structures joint on glued-in bars / S. B. Turkovsky // Proceedings of the 22nd conference of CIB-W18 (Berlin, German Democratic Republic). – 1989. – Paper 22-7-13.
- [2] Riberholt H. Glued bolts in glulam – proposals for CIB code / H. Riberholt // Proceedings of the 21st conference of CIB-W18 (Parksville, Canada). – 1988. – Paper 21-7-2.
- [3] Tlustochowicz G. State-of-the-art review on timber connections with glued-in steel rods / G. Tlustochowicz, E. Serrano, R. Steiger // Material and Structures. – 2011. – No. 44. – P. 997–1020.
- [4] Meyer N. Zugbeanspruchte Verbindungen in Buchenurnierschichtholz / N. Meyer // Karlsruher Tage 2016 – Holzbau: Forschung für die Praxis. – Karlsruhe : KIT Scientific Publishing, 2016. – S. 1–18.
- [5] Larsen H. J. The sad story of glued-in bolts in Eurocode 5 / H. J. Larsen // CIB-W18, A review of meeting. – 2011. – Essay 4. – P. 31–43.
- [6] GIROD – Glued in Rods for Timber Structures // SP Rapport 2002:26. – Borås : Building Technology, 2002.
- [7] Stepinac Mislav. Comparison of design rules for glued-in rods and design rule proposal for implementation in European standards [Электронный ресурс] / [Stepinac, Mislav; Hunger, Frank; Tomasi, Roberto; Serrano, Erik; Rajčić, Vlatka; van de Kuilen, Jan-Willem] // CIB-W18 (2013). – Режим доступа:
http://costfp1004.holz.wzw.tum.de/fileadmin/tu/wz/costfp1004/CIB_Paper_Stepinac_et_al_-_46-07-10_copy.pdf – Название с экрана. – (Дата обращения 01.12.2016).

- [8] Stepinac M. Joints in beech-LVL timber frames. Report of a short term scientific mission COST Action FP1004 “Enhance mechanical properties of timber, engineered wood products and timber structures” (2014). [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://costfp1004.holz.wzw.tum.de/fileadmin/tu/wz/costfp1004/2012_05_STSM_report_Stepinac_Mislav.pdf – Название с экрана. – (Дата обращения 01.12.2016).
- [9] COST Action E13 Wood Adhesion and Glued Products, Working Group 2: Glued Wood Products (2002) State of the Art : Report [Электронный ресурс] / [Editors: Carl Johan Johansson, Tony Pizzi, Marc Van Leemput]. – Режим доступа: <http://users.teilar.gr/~mantanis/E13-Glued-Products.pdf> – Название с экрана. – (Дата обращения 01.12.2016).
- [10] Serrano E. Glued-in rods / E. Serrano, R. Steiger, P. Lavischi // Bonding of timber :core document of the COST Action E34. Lignovisionen. – 2008. – Issue 18. – P. 31–39.
- [11] Eurocode 5. Design of timber structures. Part 2: Bridges : prEN 1995-2 : final project team draft (Stage 34) / European Committee for Standardization CEN (2003) // Document CEN/TC 250/SC 5. – CEN, Brussels. – No. 198.
- [12] Harris S. Fire Resistance of Epoxy-grouted Steel Rod Connections in Laminated Veneer Lumber (LVL) / S. Harris // Fire Engineering Research Report. – 2004. – No. 04/7. –(Department of Civil Engineering, University of Canterbury, New Zealand).

Надійшла до редколегії 29.11.2016 р.

УДК 624.072.2.014.2-415:624.075.4

Місцева стійкість елементів перерізу сталевих балок з поперечно гофрованими стінками в області пружно-пластичної роботи

Нілов О.О., к.т.н, Лавріненко Л.І., к.т.н, Нілова Т.О., к.т.н.

Київський національний університет будівництва і архітектури,
Україна

Анотація. Узагальнюються результати аналітичних, числових та експериментальних досліджень стійкості стиснутих полиць та поперечно гофрованих синусоїдних стінок при дії зсуву. Отримано числові значення коефіцієнта защемлення полиці гофрованою стінкою та аналітичні вирази для визначення критичних напружень в полицях та стінках в області пружно-пластичної роботи. Наводяться відомості про експериментальні та числові дослідження, результати яких збігаються з теоретичними.

Аннотация. Обобщаются результаты аналитических, численных и экспериментальных исследований устойчивости сжатых полок и поперечно гофрированных синусоидальных стенок при сдвиге. Получены численные значения коэффициента защемления полки гофрированной стенкой и аналитические выражения для определения критических напряжений в полках и стенках в области упругопластической работы. Приводятся данные экспериментальных и численных исследований, результаты которых совпадают с теоретическими.

Abstract. The article summarizes results of analytical, numerical and experimental studies of compressed flanges stability and corrugated sinusoidal webs under shear. The numerical value of the shelf clamping coefficient by a corrugated web and analytic formulas for determination of critical stresses in shelves and walls within elastic-plastic work area are obtained. The data of experimental and numerical studies are provided, whose results coincide with the theoretical studies.

Ключові слова: гофрована синусоїдна стінка, стійкість стиснутої полиці, стійкість стінки при зсуві, пружно-пластичні деформації, експериментальні результати

Успішний досвід та поширення застосування двотаврів із тонкими поперечно гофрованими стінками у практиці легких металевих конструкцій вимагає подальшого обговорювання та вдосконалювання цього прогресивного виду несучих конструкцій.

Розширення області застосування гофробалок вбачається у подальшому уточненні розрахункового апарату елементів із поперечним гофруванням тонкої стінки для пошуку резервів несучої здатності, а також у дослідженні таких конструкційних форм, що надали б можливість застосування гофрованих елементів існуючої номенклатури не тільки в якості балок, а й у рамних та комбінованих системах.

Слід зазначити, що більшість досліджень двотаврових тонкостінних елементів із гофрованими стінками можна вважати якщо не завершеними, то в будь-якому разі достатньо повними. Це, насамперед, стосується розрахунків на міцність [1–4], існують роботи стосовно уточнення жорсткості [5]. Проте, в переважній більшості випадків ми вважаємо, що перерізи таких елементів відносяться до 1-го класу, та при аналізі міцності за практичної відсутності жорсткого ядра розрахунок ведеться в межах пружної роботи, а розвиток пластичних деформацій в полицях не допускається, хоча аналіз експериментальних досліджень показує, що дійсна несуча здатність таких елементів часто знаходиться в межах пружно-пластичної роботи. Реальні ситуації при проектуванні конструкцій, пов'язані із забезпеченням стійкості згинного чи позацентрово-стиснутого елемента, стиснута полиця якого не розкріплена прогонами чи настилом, вимагають певного перегляду та уточнення стійкої роботи стиснутих полиць, але збільшення ширини полиці у цьому разі стримується вимогами норм проектування.

З виходом нових норм проектування «Сталеві конструкції» [1] ці та деякі інші питання стосовно розрахунку елементів з гофрованими стінками повністю не знімаються, хоча конструкції такого виду застосовуються надалі частіше. Відчувається істотний дефіцит наукових досліджень стосовно місцевої стійкості стінки за межею пружності, хоча деякі нелінійні фактори такої роботи враховуються в [2, 3], практично відсутні теоретичні дослідження поясів на місцеву стійкість, що дало б можливість проектувати пояси ширші, ніж це регламентується чинними нормами для балок з плоскими стінками. Вочевидь, вплив защемлення поясів гофрованою стінкою значно більший, ніж плоскою, проте цей факт недостатньо враховується при розрахунках, а в деяких роботах висловлюються очікування, що з урахуванням реальної жорсткості спряження поясів зі стінкою величину звису полиць можна буде довести до $b_{ef}/t_f = 20$ [6].

Метою досліджень авторів є дослідити критичні напруження місцевої втрати стійкості поясів та стінок двотаврових тонкостінних елементів із поперечно гофрованими синусоїдальними стінками при згині з урахуванням пружно-пластичної ділянки діаграми роботи сталі для подальшого удосконалення конструкційної форми двотавру з тонкою гофрованою стінкою.

1. Задача розрахунку на місцеву стійкість полиць гофрованих балок має подвійну сутність. По-перше, це розрахунок полиць елементів ПГС з урахуванням жорсткості спряження з гофрованими стінками; по-друге – забезпечення місцевої стійкості полиці за умови пружно-пластичної її роботи.

Наведені далі міркування та результати не суперечать наведеним у [7], уточнюють їх стосовно вказаного типу гофрування та його параметрів. Наведені розрахунки дозволять проектувати ширші полиці без їх потовщення, тобто без додаткових витрат підвищити загальну стійкість профілю у площині, перпендикулярній до площини згину, а саме значно збільшити відношення ширини звису полиці b_{ef} до її товщини t_f . Таке рішення суттєво розширює застосування профілів із поперечно гофрованими стінками, насамперед, у рамах та комбінованих системах.

1.1. Задача стійкості полиці залежно від ступеня защемлення її стінкою розв’язується з використанням рішення, яке описується у [8], через коефіцієнт защемлення.

Виходячи з попередньо прийнятого положення про те, що стінка не сприймає поздовжніх зусиль, коефіцієнт защемлення (без впливу стискувальних напружень у підкріплюючій пластині) набуває вигляду відношення погонних моментів інерції полиці і стінки на одиницю їхньої довжини у поперечному перерізі:

$$\zeta = 2t_f^3 h_w / t_{eq}^3 b_{ef} .$$

У випадку синусоїдної гофрованої стінки її товщина може бути врахована як еквівалентна через те, що жорсткість гофрованої стінки відносно поздовжньої осі балки суттєво підвищує ефект защемлення полиці. За геометричними параметрами півхвилі гофру обчислено його погонний момент інерції (на одиницю довжини проекції стінки на її поздовжню вісь) $I_w = I / m$, де m – довжина хвилі гофру, відповідно еквівалентна товщина стінки становитиме $t_{eq} = \sqrt[3]{12I_w}$. В табл. 1 наведено значення еквівалентних товщин гофрованих стінок при технологічно обумовлених параметрах гофрування (амплітуда гофру $f = 40$ мм, довжина хвилі гофру $m = 155$ мм).

Таблиця 1

| | | | | |
|-----------------------|-------|-------|-------|--------|
| t_w , мм | 1,5 | 2,0 | 2,5 | 3,0 |
| I , см ⁴ | 5,006 | 6,674 | 8,347 | 10,012 |
| t_{eq} , мм | 15,70 | 17,29 | 18,63 | 19,79 |

Далі за схемою розв’язання задачі з плоскою стінкою можна отримати значення коефіцієнта k_{cr}^a для аналізу ступеня защемлення полиці гофрованою стінкою.

Критичні напруження для розрахункової схеми полиці, що вважається довгою пластинною, рівномірно стиснутою вдовж довгої сторони та шарнірно закріпленою до стінки, з урахуванням можливості втрати стійкості полиці в межах пружно-пластичної роботи сталі записуються як:

$$\sigma_{cr}^a = k_{cr}^a \frac{\pi^2 E \sqrt{\tau_E}}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_f}{b_{ef}} \right)^2, \quad (1)$$

де $E=2,06 \cdot 10^5$ МПа – модуль пружності; $\nu=0,3$ – коефіцієнт Пуассона; $\sqrt{\tau_E}$ – коефіцієнт впливу пластичних деформацій в області пружно-пластичної роботи; $b_{ef} = \frac{b_f}{2}$, де b_{ef} і t_f – розрахункова ширина звису і товщина полиці.

При $\xi > 1,6$ коефіцієнт k_{cr}^a апроксимується формулою:

$$k_{cr}^a = p + 2\sqrt{q}, \quad \text{де } q = \frac{0,061}{0,43 + \xi} \quad \text{та } p = 0,425 + \frac{0,016}{0,025 + \xi}. \quad (2)$$

При $\xi \leq 1,7$ з необхідною для практичних цілей точністю значення k_{cr}^a наведені в табл. 2, яка є апроксимацією графіків [8]. Для проміжних ξ відповідні значення k_{cr}^a інтерполюються.

Таблиця 2

| | | | | | | | | | |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ξ | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 |
| k_{cr}^a | 1,277 | 1,168 | 1,095 | 1,046 | 1,005 | 0,969 | 0,936 | 0,914 | 0,892 |
| ξ | 0,9 | 1,0 | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 | 1,7 |
| k_{cr}^a | 0,874 | 0,857 | 0,840 | 0,827 | 0,809 | 0,794 | 0,790 | 0,777 | 0,771 |

Теоретично значення ξ можуть змінюватися від 0 до ∞ . При $\xi=0$ полиця повністю защемлена стінкою ($k_{cr}^a=1,277$), а при $\xi=\infty$ вона вільно обертається відносно стінки ($k_{cr}^a=0,425$).

Еквівалентна товщина стінки надає їй значної жорсткості, проведені дослідження [11] показали, що значення коефіцієнта k_{cr}^a практично для всього сортаменту [9], що розглядається у теперішній час (стінки висотою 333...750 мм при товщині 1,5...3,0 мм та 1000...1500 при товщині 2,5...3,0 мм; полиці шириною 200...430 мм завтовшки 10...30 мм) ефект защемлення набуває досить високих значень. Такі перерізи із

співвідношеннями $0,3 \leq t_f^3 h_w / t_{eq}^3 b_{ef} \leq 5,0$ набувають значень $0,9 < k_{cr}^a < 0,8$; а відносно тонші полиці (-400×10 ; -300×8) защемляються стінкою значніше та можуть мати значення $k_{cr}^a \leq 1,2$, що свідчить про високий ступінь защемлення, проте цей випадок має скоріш теоретичне значення, ніж практичне. Лише для відносно товстих полиць (-400×30 при висоті балки $1000 \dots 1500$ мм) спостерігається падіння значень коефіцієнта k_{cr}^a , який тільки при $\xi > 50$ наближається до $k_{cr}^a = 0,425$, як у випадку шарнірного закріплення полиці. Аналіз наведеного аналітичного рішення підтверджує думку про суттєвий вплив гофрованої стінки на місцеву стійкість стиснутої полиці та істотне підвищення реально існуючих параметрів гофрування.

1.2. Критичні напруження полиці в пружно-пластичній області. Допустимість застосування формули (1) як у пружній, так і в пружно-пластичній областях, обумовлена можливістю використання в непружній області деякого приведенного модуля, тобто $\sigma_{cr}^a = \eta \sigma_{cr}$. В якості хорошої апроксимації в [8] пропонується застосовувати коефіцієнт впливу пластичних деформацій в області пружно-пластичної роботи

$$\eta = \sqrt{\tau_E} = \sqrt{\frac{E_t}{E}}, \text{ де } E_t - \text{дотичний модуль.}$$

При цьому коефіцієнт набуває значень $\sqrt{\tau_E} = 1,0$ на межі пропорційності, а його значення при пружно-пластичному випинанні добре апроксимуються таким чином [8]:

$$\tau_E = \frac{(\sigma_y - \sigma_{cr})\sigma_{cr}^a}{(\sigma_y - \sigma_e)\sigma_e}, \quad (3)$$

де σ_y , σ_e та σ_{cr} – відповідно нормальні напруження на границі текучості, на межі пропорційності та критичні в пружно-пластичній області випинання.

Для практичних розрахунків з уведенням позначення $\sigma_y = R_{yf}$ (де R_{yf} – розрахунковий опір на границі текучості полиці), а також вважаючи відношення межі пропорційності до границі текучості $\sigma_e / \sigma_y = 0,8$ сталим [1], значення коефіцієнта τ_E записується як:

$$\tau_E = \frac{(R_{yw} - \sigma_i)\sigma_i}{0,2R_{yw} \cdot 0,8R_{yw}} = \frac{(R_{yw} - \sigma_i)\sigma_i}{0,16R_{yw}^2}. \quad (4)$$

Практично задача вирішується таким чином: беручи до уваги, що за [8] $\sigma_i = \sigma_{cr} \sqrt{\tau_E}$, де σ_{cr} – критичні дотичні напруження при $\sqrt{\tau_E} = 1,0$ за

(1), підставляємо це значення в (1) та обчислюємо $c = \frac{\sigma_i}{\sqrt{\tau_E}} = \sigma_{cr}$. Після

деяких перетворень $\sigma_i = \frac{DR_{yf}}{1+D}$, де $D = \frac{c^2}{0,16R_{yf}^2}$, а шукані значення

критичних напружень втрати стійкості полицею при $\sigma_{cr}^a \geq 0,8R_{yf}$ визначаються, минаючи формулу (1), як:

$$\sigma_{cr}^a = \sigma_i = \frac{DR_{yf}}{1+D} \quad (5)$$

1.3. Експериментальна апробація та обговорення результатів.

Отримані результати добре корелюються з даними числового аналізу із застосуванням ПК ЛИРА [12]. В якості розрахункової моделі був прийнятий елемент ПГС з висотою стінки $h_w = 333; 500; 625$ і 1200 мм, ширина полиць $b_f = 400; 300$ і 240 мм при змінній товщині $t_f = 6; 8; 10; 12$ і 14 мм. Всього було опрацьовано 265 моделей. Для виключення впливу дотичних напружень та втрати стійкості стінкою розрахункова модель завантажувалася поздовжніми до поясів зусиллями. Розбивка на скінченні елементи визначалася з умови заданої точності 5 %. При цьому крок скінченно-елементної сітки встановлювався таким, що не перевищував $1/20$ характерного розміру досліджуваного елемента конструкції – поясу, грані гофру тощо.

Найбільший практичний інтерес представляють результати розрахунків для тонких полиць із відношенням $b_{ef}/t_f \geq 15$. Це пояснюється тим, що навіть при шарнірному сполученні пояса зі стінкою ($\xi = \infty$) і $b_{ef}/t_f = 14$ критичні напруження за формулою (5) $\sigma_{cr}^a = 40,33$ кН/см², і місцева стійкість поясів буде завжди забезпечена для всіх полиць із сталі з $R_y \leq 320$ МПа.

В табл. 3 наведено порівняння результатів аналітичного розрахунку (σ_{cr}^a за (5)) та комп'ютерного σ_{cr}^L розрахунків моделей з висотою та товщиною стінки h_w та $t_w = 2$ мм і з полицями, що мають звис b_{ef} при товщині t_f .

Таблиця 3

| Розміри полиці (мм) та відносний звис | Коефіцієнт уточнення аналітичної моделі $\theta = \sigma_{cr}^L / \sigma_{cr}^a$ для полиць балок з висотою h_w (мм) | | | | |
|--|---|-------|------|-------|------|
| | 1500 | 1250 | 625 | 500 | 333 |
| – 400×6; $b_{ef}/t_f = 33,33$ | 1,03 | 1,031 | 1,01 | 0,975 | 0,96 |
| – 400×8; $b_{ef}/t_f = 25$ | 1,05 | 1,067 | 1,01 | 0,99 | 0,97 |
| – 300×6; $b_{ef}/t_f = 25$ | 1,06 | 1,096 | 1,00 | 0,97 | 0,94 |
| – 300×8; $b_{ef}/t_f = 18,75$ | 1,11 | 1,12 | 1,09 | 1,02 | 0,97 |

Запропонований аналітичний метод визначення критичного стану полиці має певні вади. Остаточна розробка аналітичного методу розрахунку на місцеву стійкість полиць з урахуванням реальних умов їх поєднання з гофрованими стінками стикається зі значними математичними складнощами, що полягають у наступному. Аналітичне визначення критичних напружень втрати стійкості поясів не враховує тієї обставини, що поперечно-гофровані стінки з умовною гнучкістю $\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{t_w} \sqrt{\frac{R_v}{E}} > 6$ сприймають нормальні напруження у повздовж-

жньому напрямку σ_w лише у вузькій зоні біля поясів. Їхній вплив на несучу здатність елемента є вкрай незначним, і ним зазвичай нехтують. Проте експериментальні і числові дослідження свідчать, що хоча нормальні напруження в стінці σ_w і не впливають практично на несучу здатність елемента, проте змінюють НДС стінки в рівні її сполучення з поясами і можуть спричинити появу в цій зоні пластичних деформацій. Так в роботі [10] показано, що в стінці виникають пластичні деформації, які повинні враховуватися при розрахунках на місцеву стійкість поясів, що є важливим для уточнення розрахункової ситуації.

Формула (1) дозволяє після перетворень встановити необхідне значення b_{ef}/t_f залежно від діючих стискувальних напружень у полиці σ_f , які за умовами задачі необхідно прирівняти до σ_{cr} :

$$\frac{b_{ef}}{t_f} = 0,95 \sqrt{\frac{k_{cr}^a E \sqrt{\tau_E}}{\sigma_f}} \quad (6)$$

Тут E – модуль пружності; k_{cr}^a знаходиться за (2) або табл. 2; коефіцієнт впливу пластичних деформацій $\sqrt{\tau_E} = \sigma_{cr}^a / \sigma_{cr}$, де σ_{cr} за (1) при $\sqrt{\tau_E} = 1,0$, а σ_{cr}^a за (5). Врахування жорсткості стінки з позицій пружно-пластичного

характеру її роботи дозволяє збільшити звис стиснутої полиці у $n = \sqrt{\frac{k_{cr}^a \sqrt{\tau_E}}{0,425}}$

разів порівняно з допустимими значеннями для балки з плоскою стінкою.



Рис. 1. Експериментальні дослідження на кафедрі металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА: а – місцева втрата стійкості стиснутої полиці; б – загальна втрата стійкості синусоїдно гофрованої стінки при зсуві

Підтвердженням результатів аналітичних досліджень з урахуванням пружно-пластичних факторів та числових розрахунків у нелінійній постановці є експериментальні дослідження натурних моделей балок [13], виготовлених за технологією фірми «Zeman».

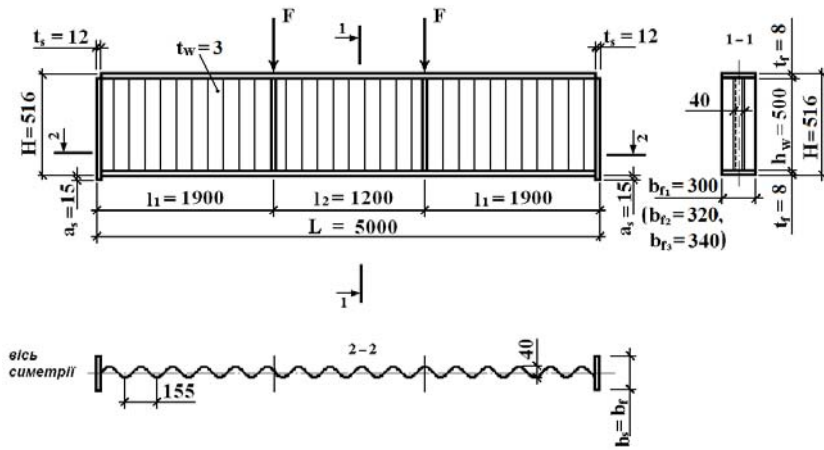
Для експериментального дослідження було виготовлено три моделі довжиною 5 м зі стінкою висотою 500 мм і номінальною товщиною 3 мм (рис. 2). Параметри синусоїдних гофрів за сортаментом «Zeman» – довжина хвилі $m=155$ мм, висота хвилі $f=40$ мм.

Номінальна товщина всіх поясів за сортаментом становить 8 мм, ширина поясів – 300, 320 і 340 мм. Таким чином, відношення ширини звису від осі поясу до його товщини становило $b_{ef}/t_f=18,75; 20,0; 21,25$.

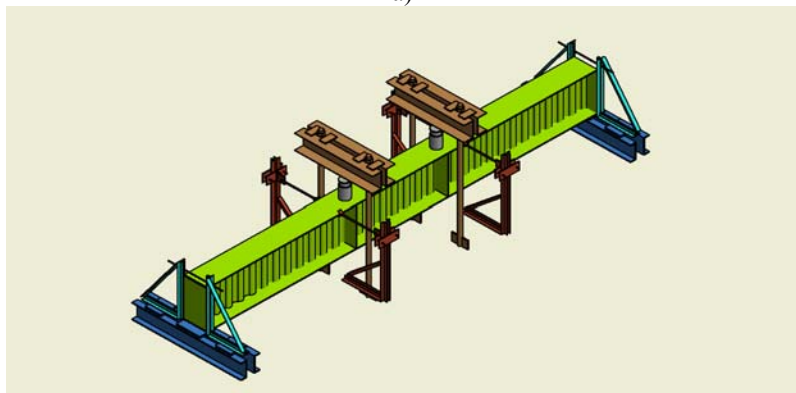
Для забезпечення високої точності даних були виготовлені і досліджені на розтяг стандартні зразки за ГОСТ 1497–84 «Металлы. Методы испытаний на растяжение» з усіх елементів поперечного перерізу – стінок і полиць. Були встановлені експериментально реальні товщини елементів, відомості про які надалі будемо називати реальними. Границя текучості елементів різних моделей R_{yf} і R_{yw} показала сильний розкид, що додатково враховано при визначенні несучої здатності досліджуваних моделей. Результати порівняння експериментальних напружень втрати стійкості $\sigma_{cr,F}$ з теоретичними σ_{cr}^a наведені в табл. 4.

Таблиця 4

| Умовні позначення | Розмірність | Моделі | | |
|-------------------|--------------------|--------|-------|--------|
| | | Б1 | Б2 | Б3 |
| F_{cr} | кН | 170,0 | 177,5 | 190,0 |
| $\sigma_{cr,F}$ | кН/см ² | 27,948 | 26,60 | 26,969 |
| σ_{cr}^a | кН/см ² | 27,747 | 25,98 | 26,51 |
| $k_{cr,F}$ | | 0,951 | 0,966 | 0,940 |
| k_{cr}^a | | 0,944 | 0,944 | 0,924 |



а)



б)

Рис. 2. Випробування натурної моделі балки
(автори експерименту – Нілов О. О., Білопуп Т. О.):
а – загальна схема; б – розкріплення стиснутого поясу балки розпірками

Відхилення експериментальних критичних напружень $\sigma_{cr,F}$ від теоретичних σ_{cr}^a не перевищило 5,5 %. Виникнення випинання верхніх поясів внаслідок місцевої втрати стійкості у всіх моделях відбувалося посередині зони чистого згину (середнього відсіку), що відповідає теоретичним розрахункам (рис. 1, а). Отримані результати дозволили дійти висновку, що теоретичні значення критичних напружень місцевої втрати стійкості поясів за аналітичною теорією з достатньою точністю підтверджуються результатами експериментальних досліджень.

2. Уточнення дійсної роботи гофрованої стінки з урахуванням втрати стійкості в пружно-пластичній області є актуальною задачею, позаяк у згаданих вище нормативних документах [1] розрахунок стінки на стійкість при зсуві розглядається в межах пружної роботи сталі, або ж певним чином враховуються деякі нелінійні фактори [2, 3]. Далі також буде наведене порівняння отриманих теоретичних даних із даними експериментальних досліджень інших авторів, наявними у відкритих джерелах, що, на нашу думку, є важливим для більш впевненого аналізу проблеми.

2.1. Критичні напруження стінки в пружно-пластичній області. З точки зору причин втрати стійкості стінки при зсуві розрізняють дві її форми:

- загальну форму втрати стійкості при напруженнях $\tau_{g,cr}$ з утворенням похилої складки, що перетинає декілька гофрів, а випинання концентруються по вершинах гофрів (рис. 1, б);
- місцеву форму втрати стійкості при напруженнях $\tau_{l,cr}$ з випинанням лише на деяких ділянках гофрів.

Згідно з чинними нормами [1] при $\sigma_{loc} = 0$ загальна стійкість стінки вважається забезпеченою при виконанні умови:

$$\tau_{xy} / \tau_{cr} \leq \gamma_c, \quad (7)$$

де τ_{cr} – найменше критичне значення дотичних напружень втрати стійкості стінки. До розрахунку приймається $\tau_{l,cr} > \tau_{g,cr}$, як щонайбільш імовірне.

Тонка стінка з гофрами у вигляді синусоїди описується [8] як нескінченно довга ортотропна смуга з головними напрямками, паралельними до сторін смуги, завантаженої по сторонах дотичними напруженнями. За таких припущень використовується рішення Зейделя для випадку пластини, вільно обпертої або защемленої по краях:

$$\tau_{cr} = \frac{4C}{h_w^2 t_w} \sqrt[4]{D_1 D_2^3}, \quad (8)$$

де D_1 та D_2 – жорсткості ортотропної пластини при згині по головних напрямках.

Коефіцієнт C залежить від граничних умов спирання пластини. В роботі [8] вказується, що жорстке спирання пластини по поздовжніх краях практично не впливає на величину критичних напружень, і при шарнірному спиранні $C = 8,125$. Тому в області пружної роботи сталі критичні дотичні напруження $\tau_{g,cr}$ втрати загальної стійкості синусоїдної гофрованої стінки визначаються за формулою:

$$\tau_{g,cr} = \frac{32,4}{h_w^2 t_w} \sqrt[4]{D_1 D_2^3}, \quad (9)$$

де жорсткості ортотропної пластини D_1 та D_2 обчислюються як:

$$D_1 = \frac{Et_w^3}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{m}{2s}; \quad D_2 = \frac{EI}{m}. \quad (10)$$

Тут I – момент інерції однієї хвилі гофру довжиною m при розгорнутій довжині напівхвилі s відносно поздовжньої осі стінки. Для стінок Zeman при $f = 40$ мм моменти інерції показані в табл. 1.

Ми виходимо з того, що згідно з умовою пластичності Губера-Мізеса-Генки вираз для інтенсивності напружень для плоского напруженого стану при чистому зсуві ($\sigma_x = \sigma_y = 0$) має вигляд $\sigma_i = \tau_{xy} \sqrt{3}$, і вважаємо, що це справедливо і для критичного стану, тобто $\sigma_i = \tau_{cr}^a \sqrt{3}$, у припущенні ізотропної поведінки ортотропної пластини в пружній області випинання. Це, в свою чергу, означає, що так само, як у задачі про нормальні критичні напруження в стиснутій полиці, можемо застосовувати формулу (9) як у пружній, так і в пружно-пластичній областях за умови використання в непружній області деякого приведенного модуля $\eta = \sqrt{\tau_E} = \sqrt{\frac{E_t}{E}}$ [8]. У цитованій роботі показано, що доречність використання саме коефіцієнта $\sqrt{\tau_E}$ полягає в тому, що один і той самий коефіцієнт використовується для пластин як при дії нормальних напружень, так і при дії зсуву.

Використовуємо такі самі позначення: $\sigma_y = R_{yw}$ (де R_{yw} – розрахунковий опір на границі текучості стінки), а також сталі відношення межі пропорційності до границі текучості $\sigma_e/\sigma_y = 0,8$ та $\tau_e/\tau_y = 0,8$ [1].

Після підстановки всіх зазначених співвідношень, як і при дії нормальних критичних напружень, маємо:

$$\sigma_i = \tau_{g,cr} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\tau_E}, \quad \text{або} \quad \frac{\sigma_i}{\sqrt{\tau_E}} = \tau_{g,cr} \sqrt{3}, \quad (11)$$

де $\tau_{g,cr}$ – критичне дотичне напруження при пружній роботі за (9).

Хід обчислень такий: обчислюємо пружне значення $\tau_{g,cr}$ за (9), далі

знаходимо $c = \frac{\sigma_i}{\sqrt{\tau_E}} = \tau_{g,cr} \sqrt{3}$. Обчислюємо проміжне значення

$D = \frac{c^2}{0,16R_{yw}^2}$, а також $\sigma_i = \frac{DR_{yw}}{1+D}$. Критичні дотичні напруження стінки з

урахуванням пружно-пластичної роботи за (11):

$$\tau_{cr}^a = \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}}, \quad (12)$$

які дають можливість виконати перевірку стійкості стінки в пружно-пластичній області за (7), а також визначити несучу спроможність стінки при зсуві:

$$Q = \tau_{cr} A_w, \quad (13)$$

де τ_{cr} – менше критичне напруження за (9) або (12), $A_w = h_w t_w$ – площа стінки.

2.2. Апробація та обговорення результатів. Для зручності порівняння результатів будемо використовувати понижувальний коефіцієнт втрати стійкості при зсуві для відповідного значення поперечної сили

$$\chi_i = \frac{Q_i}{A_w R_{sw}} = \frac{\tau_{i,cr}}{R_{sw}}, \quad (14)$$

а також несучу спроможність стінки за (12).

Єврокод 3 в межах пружної роботи також пропонує виконувати перевірку загальної стійкості стінки за формулою (9) з визначенням коефіцієнта зниження дотичних напружень загальної втрати стійкості стінки χ_{EN} для $\tau_{g,cr} \leq R_{sw}$ таким чином:

$$\chi_{g,EN} = \frac{1,5}{0,5 + \lambda_g^2} \leq 1,0, \quad (15)$$

$$\text{тут} \quad \lambda_g = \sqrt{\frac{R_{yw}}{\tau_{g,cr} \sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{R_{sw}}{\tau_{g,cr}}}, \quad (16)$$

де $\tau_{g,cr}$ – значення критичних напружень за (8). В [3] зазначається, що формула не є достатньо загальною та може давати деяку похибку при параметрах гофрування, відмінних від австрійських, через що рекомендується визначати критичні напруження числовими методами із застосуванням МСЕ. Критична перерізувальна сила при цьому становить

$$Q_{EN} = \chi_{EN} \frac{R_{yw}}{\sqrt{3}} h_w t_w, \quad (17)$$

де χ_{EN} – за (15).

Для обговорення отриманих результатів було проаналізовано ряд експериментальних даних з відкритих джерел [3, 6, 14], відомості про які наведені в таблицях 5 та 6. Критичні напруження в табл. 5 показані в пружній постановці.

При порівнянні результатів пропонованої методики з результатами методики Єврокоду 3, а також експериментальними даними (табл. 6) було виявлено, що значення критичних дотичних напружень у гофрованій стінці та понижувальних коефіцієнтів $1,0 > \chi > 0,8$, отриманих експериментально та наведених в таблиці 5, свідчать про пружно-пластичне випинання стінки практично в кожному наведеному випадку, бо, вважаючи відношення межі пропорційності до границі текучості $\sigma_e/\sigma_y = 0,8$ сталим та $\tau_e/\tau_y = 0,8$ [1], а

напруження на межі пропорційності $\tau_e = \frac{R_y \cdot 0,8}{\sqrt{3}} = 0,462 R_y$, можна показати,

що в наведених експериментах теоретичні критичні дотичні напруження $\tau_{g,cr}$ вищі за межу пропорційності, та при $\tau_e < \tau_{cr} < \tau_y$ мають коригуватися понижувальним коефіцієнтом за (14).

Таблиця 5

| Джерело інформації | № моделі | Довжина балки, м | Розміри моделі, мм | R_{yw} кН/см ² | Площа стінки $A_w = h_w t_w$ см ² | Гнучкість стінки $\lambda_{w=}$ h_w / t_w | Критичні дотичні напруження τ за (8) ₂ кН/см ² |
|--------------------|----------|------------------|----------------------|--------------------------------|---|---|--|
| [6] | 1 | 1,5 | WTA 500x200x10 | 30,0 | 10,0 | 250 | 109,83 |
| | 2 | 1,5 | WTB 500x200x10 | 30,0 | 12,5 | 200 | 122,84 |
| | 3 | 1,5 | WTB 750x220x12 | 30,0 | 18,75 | 300 | 54,60 |
| | 4 | 1,5 | WTC 750x250x12 | 30,0 | 22,5 | 250 | 59,79 |
| | 5 | 2,0 | WTB 1000x300x12 | 30,0 | 25,0 | 400 | 30,71 |
| | 6 | 2,0 | WTC 1000x300x12 | 30,0 | 30,0 | 333 | 33,63 |
| [3] | 7 | | $t_w=2,1$ $h_w=1502$ | 22,5 | 31,542 | 715 | 12,46 |
| | 8 | | $t_w=2,1$ $h_w=1501$ | 22,5 | 31,152 | 715 | 12,46 |
| | 9 | | $t_w=2,1$ $h_w=1505$ | 22,5 | 31,605 | 717 | 12,46 |
| [14] | 10 | 1,9 | $t_w=2,1$ $h_w=500$ | 31,1 | 10,5 | 238 | 121,18 |
| | 11 | 5,0 | $t_w=2,5$ $h_w=500$ | 26,2 | 12,5 | 200 | 122,84 |
| Розрахункові дані | 12 | | WTB 1250x300x12 | 30,0 | 31,25 | 500 | 19,65 |
| | 13 | | WTC 1250x300x12 | 30,0 | 37,50 | 417 | 212,52 |
| | 14 | | WTB 1500x300x12 | 30,0 | 37,50 | 600 | 13,65 |
| | 15 | | WTC 1500x300x12 | 30,0 | 45,0 | 500 | 14,95 |

Примітки: 1. Маркування балок Zeman за товщиною стінки: WTA – 2,0 мм, WTB – 2,5 мм, WTC – 3,0 мм, інші розміри стосуються полиць.

Як найбільш достовірні для порівняння прийняті значення χ_{test} , які враховують всі особливості роботи реальної моделі і умови навантаження, проте не слід забувати про вплив залишкових напружень від зварювання і наклепу матеріалу стінки, геометричних недосконалостей форми тощо.

Аналіз таблиці 5 свідчить про збіг наших результатів з тими даними, що отримані не тільки в результаті експерименту, а й тими, що обчислені при моделюванні хвилястої стінки MCE (ANSYS). При цьому значення коефіцієнтів χ_{EN} за нормами Єврокоду 3 [2, 3] наближаються до експериментальних даних переважно в області невисоких гнучкостей стінки $\lambda_w \leq 500$ і є найвищими. Отримані теоретичні результати

підтверджені експериментальними даними та свідчать, що у більшості випадків при гнучкостях $\lambda_w \leq 700$ загальна втрата стійкості стінки при зсуві відбувається в пружно-пластичній стадії при напруженнях $\tau_{cr} > \tau_e$, що спричиняє необхідність використання редукованого значення $\tau_{g,cr}$ замість значення (8), наведеного в нормах проектування, а й про дещо завищені (на 5...10 % порівняно з експериментальними) значення понижувального коефіцієнта за нормами Єврокоду 3.

Таблиця 6

| Джерело інформації | № моделі | Дані про несучу спроможність (кН) та коефіцієнти стійкості при пружно-пластичному випинанні | | | | | | | | |
|--------------------|----------|---|---------------|--------------------|-------------|------------------------------|---------------|-------------------------------------|-----------|--------------|
| | | експериментальні | | розрахункові ANSYS | | за нормами Єврокоду 3 [2, 3] | | за обговорюваною методикою | | |
| | | Q_{test} | χ_{test} | Q_{FE} | χ_{FE} | Q_{EN} | $\chi_{g,EN}$ | τ_{cr}^a кН/см ² | Q_{cal} | χ_{cal} |
| [6] | 1 | 190,5 | 1,095 | 171,5 | 0,986 | 173,2 | 1,0 | 17,25 | 172,5 | 0,991 |
| | 2 | 238,5 | 1,097 | 215,5 | 0,991 | 216,5 | 1,0 | 17,27 | 215,9 | 0,992 |
| | 3 | 324,0 | 0,993 | 321,5 | 0,985 | 324,75 | 1,0 | 17,05 | 319,5 | 0,979 |
| | 4 | 388,5 | 0,992 | 383,0 | 0,978 | 387,70 | 1,0 | 17,09 | 384,5 | 0,982 |
| | 5 | 428,5 | 0,985 | 420,5 | 0,967 | 433,00 | 1,0 | 16,50 | 412,5 | 0,948 |
| | 6 | 494,0 | 0,946 | 504,0 | 0,966 | 519,60 | 1,0 | 16,62 | 498,5 | 0,955 |
| [3] | 7 | 370,0 | 0,893 | – | – | 398,57 | 0,972 | 11,128 | 351,0 | 0,853 |
| | 8 | 365,0 | 0,887 | – | – | 393,64 | 0,972 | 11,145 | 351,3 | 0,854 |
| | 9 | 353,0 | 0,856 | – | – | 399,36 | 0,972 | 11,144 | 352,2 | 0,854 |
| [1 4] | 10 | 180,0 | 0,949 | – | – | 188,48 | 1,0 | 17,88 | 187,74 | 0,991 |
| | 11 | 180,0 | 0,948 | – | – | 189,13 | 1,0 | 15,08 | 188,5 | 0,992 |
| Розрахункові дані | 12 | – | – | – | – | 541,25 | 1,0 | 15,40 | 481,25 | 0,885 |
| | 13 | – | – | – | – | 649,50 | 1,0 | 15,695 | 588,56 | 0,902 |
| | 14 | – | – | – | – | 550,78 | 0,848 | 13,77 | 516,37 | 0,751 |
| | 15 | – | – | – | – | 704,58 | 0,904 | 14,257 | 641,56 | 0,819 |

Наведені в таблиці результати експериментів є надзвичайно цікавими, бо дають можливість неупереджено оцінити отримані аналітичні результати, проте вони мають деякі вади. В моделях 1–6 розрахунковий опір сталі вказаний однаковим для стінки і поясів і становить $R_y = 300$ МПа. Як показує практика, розрахунковий опір сталі в стінках і поясах завжди відрізняється внаслідок різниці товщин і марок сталі, що може певною мірою впливати на результати розрахунку. Необхідною також є більша точність визначення товщини поясів, які, як правило, мають відхилення від номінальних згідно з допусками за стандартами прокату. На це явно вказують товщини стінок і механічні характеристики в моделях 7–11.

Збіг між експериментальними і обчисленими за обговорюваною методикою значеннями критичних напружень настільки задовільний, наскільки можна очікувати від досліджень, в яких значення критичних

напружень лежать вище межі пропорційності σ_e . Деяку розбіжність результатів можна пояснити відмінністю реальних значень товщини елементів та характеристик сталі моделей від номінальних, що, як правило, не збігаються.

Висновки

Отримане рішення для визначення нормальних і дотичних критичних напружень за формулами (5, 12) є досить зручним і дозволяє за відомими механічними характеристиками сталі σ_e та σ_y , а також геометричними розмірами перерізу визначати аналітичним методом критичні напруження місцевої втрати стійкості в елементах перерізу в області пружно-пластичних деформацій. Приймаючи до уваги досить суттєві припущення стосовно того, що хвиляста стінка типу оболонки замінюється ортотропною плитою та аналізується в області пружно-пластичної роботи, отримані результати досить точно збігаються з результатами експериментальних досліджень та відрізняються від останніх такою ж мірою, як і отримані при розрахунку методом скінченних елементів ПК LIRA та ANSYS. Це дозволяє вважати метод ефективним та рекомендувати його для впровадження в практику проектування.

Значення критичних дотичних напружень за методикою Єврокоду 3 не завжди підтверджуються експериментальними дослідженнями [6] та є дещо завищеними (див. табл. 6), що є додатковою підставою для виконання перевірки стійкості стінки за (7) з урахуванням критичних напружень при пружно-пластичній роботі за (12).

Застосування пропонованого методу для розрахунку полиць, разом з урахуванням защемлення полиці хвилястою стінкою, дозволяє приймати полиці за (6) ширшими та з вищими значеннями гнучкості, ніж це пропонують чинні норми проектування.

Література

- [1] Сталеві конструкції. Норми проектування : ДБН В.2.6-198:2014 – Офіц. вид. – К. : Мінрегіонбуд України Київ, 2014. – 199 с. – (Державні будівельні норми України).
- [2] Єврокод 3. Проектування сталевих конструкцій. Частина 1-5. Пластинчасті конструктивні елементи (EN 1993-1-5:2006, IDT) : ДСТУ-Н Б EN 1993-1-5:2012 : проект / ТОВ «Український інститут сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського», ТК 301 «Металобудівництво». – Електронні дані. – К. : «НОРМАТИВ™ PRO». – (Нормативно-правове забезпечення діяльності проектних і будівельних організацій України).

- [3] Johansson B. Commentary and worked examples to EN 1993-1-5 Plated Structural Elements / [B. Johansson, R. Maquoi, G. Seldasek, C. Muller, D. Beg] // JRS Scientific and Technical Reports. – 2007. – P.152–167.
- [4] Лазнюк М. В. Балки з поперечно гофрованою тонкою стінкою при дії статичного навантаження : дисертація...канд.. техн.. наук / М. В. Лазнюк. – Київ, 2006. – 181 с.
- [5] Лукин А. О. Определение прогибов балок с гофрированной стенкой с учетом сдвиговых деформаций [Электронный ресурс] / А. О. Лукин // Инженерный вестник Дона : Электронный научный журнал. – 2013. – Вып. 1 (24), Том 24, Режим доступа: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/1496>. – Название с экрана.
- [6] Guo Yanlin. Flange buckling behavior of the H-shaped member with sinusoidal webs / [Guo Yanlin, Zhang Qing-lin, Szkola, W., Hofer, A.] // Thin-walled structures : recent innovations and developments : proceedings of the Fifth International Conference on Thin-Walled Structures held in Gold Coast, Australia, 18-20 June 2008 [2 Vols.]. – 8 p.
- [7] Степаненко А. Н. Прочность и устойчивость конструкций из двутавра с волнистой стенкой : диссертация... доктора технических наук / А. Н. Степаненко. – Хабаровск, 2001. – 234 с.
- [8] Блейх Ф. Устойчивость металлических конструкций / Ф. Блейх. – М. : Физматгиз, 1959. – 544 с.
- [9] Балки двутавровые гофрированные облегченные (гофро-балки) : ТУ У В.2.6-28.1-30653953-007:2007) : Рекомендации по проектированию [Электронный ресурс] / СМК «Металлист», – Харьков, 2013. – Режим доступа: http://smk.com.ua/assets/files/rekomendacii_po_proektirovaniyu_gofro-balok_2013.pdf – Название с экрана.
- [10] Нілова Т. О. До розрахунку на міцність сталевих двотаврових елементів з поперечно гофрованою стінкою при складному напруженому стані / Т. О. Нілова // Ресурсоекономічні матеріали, конструкції, будівлі і споруди : зб. наук. праць, Національний університет водного господарства та природокористування. Вип. 25 – Рівне, 2013 — С. 360–369.
- [11] Лавріненко Л. І. Резерви несучої здатності та застосування профілів з поперечно гофрованими стінками в легких металевих конструкціях / Л. І. Лавріненко, М. В. Лазнюк, Т. О. Нілова // Матеріали II Міжнародної науково-практичної конференції, Маріуполь, 2011. – К. : Сталь, 2011.– С.77–81.
- [12] Нілова Т. О. Місцева стійкість поясів двотаврів з поперечно-гофрованою стінкою з урахуванням фізичної і геометричної не лінійності / Т. О. Нілова // Збірник наукових праць Українського інституту сталевих конструкцій ім. В.М. Шимановського. Випуск 14. – Київ : Видавництво «Сталь», 2014. —С. 59–69.

- [13] Нілов О. О. Експериментальні дослідження роботи сталевих двотаврових тонкостінних балок з поперечно гофрованими стінками / [О. О. Нілов, Т. О. Білопуп, Т. О. Нілова, М. В. Лазнюк] // Збірник наукових праць Українського інституту сталевих конструкцій ім. В.М. Шимановського; Випуск 15. – Київ : Видавництво «Сталь», 2014. — С. 62–70.
- [14] Zum Einfluß der Interaktion von Biegemoment und Querkraft auf das Tragverhalten von Wellstegtragern / К. Kuchta // Stahlbau. – 2006. – V.75, № 7. — S. 573–577.

Надійшла до редколегії 04.11.2016 р.

УДК 624.072

Числові розрахунки висоти пружного ядра для несиметричного пружно-пластичного двотавру

Перетятко Ю.Г., к.т.н., Ляшенко І.Ю., к.т.н.

Харківський національний університет будівництва та архітектури, Україна

Анотація. Наведено числові розрахунки залежності висоти пружного ядра від значення згинального моменту для несиметричних пружно-пластичних двотаврів з урахуванням різних випадків поширення пластичних деформацій по висоті поперечних перерізів.

Аннотация. Приведены числовые расчеты зависимости высоты упругого ядра от значения изгибающего момента для несимметричных упругопластических двутавров с учетом различных случаев распространения пластических деформаций по высоте поперечного сечения.

Abstract. Numerical calculations are presented according to the height of the elastic core of the bending moment value for asymmetrical elastic-plastic I-beams taking into account different cases of distribution of plastic deformations along the height of the cross section.

Ключові слова: несиметричні двотаври, пружно-пластичні балки, згинальний момент, пружне ядро.

Стан проблеми. Маючи залежність висоти пружного ядра від значення згинального моменту, можна визначати ступінь поширення пластичних деформацій по поперечному перерізу, а також відповідні прогини згинальних елементів. У вітчизняних [1] (і не тільки) існуючих нормах з проектування сталевих конструкцій немає відповіді на ці питання. Не висвітлені вони і в сучасній навчальній літературі [2–5].

Мета роботи – в аналітичному вигляді дати теоретичну основу для відповіді на поставлені питання. Дана публікація є продовженням роботи [10].

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Ключова залежність між прогином балки w та напіввисотою пружного ядра c її поперечного перерізу має вигляд [6–8]:

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{\sigma_T}{E \cdot c}. \quad (1)$$

У свою чергу, розмір c залежить від величини згинального моменту M і при поперечному згині є функцією координати x , що змінюється по довжині балки:

$$c(x) = f[M(x)]. \quad (2)$$

Інтегрування (1) в аналітичному вигляді є можливим лише для обмеженої кількості задач [6, 7]. Чисельні крокові методи [7, 8] дозволяють інтегрувати рівняння (1) без будь-яких обмежень. Найбільш сучасними і універсальними, у тому числі, і для згаданих задач, є чисельні методи, що спираються на метод скінченних елементів (МСЕ) [9] і, на відміну від виразу (1), дозволяють урахувувати вплив дотичних напружень на значення прогинів пружно-пластичних балок при поперечному згині. У той же час слід зазначити, що цей вплив для значної кількості практичних задач є досить незначним, і вираз (1) для них залишається прийнятним.

Конкретні вирази функції (2) для прямокутних перерізів наведені, зокрема, в [6, 11–13], а для симетричних двотаврових перерізів у дещо різних формах – в [7, 8].

Як показали дослідження [10], одним із найбільш складних перерізів для визначення залежності (2) виявився несиметричний двотавр, поширення пластичних деформацій по висоті поперечного перерізу якого характеризується різними **випадками** 1, ..., 5, 3а, пов'язаними між собою окремими послідовностями.

Ціль роботи полягає в побудові алгоритмів та наведенні числових розрахунків висоти пружного ядра для несиметричних пружно-пластичних двотаврів з використанням аналітичних залежностей, отриманих в [10], для різних послідовностей реалізації **випадків** поширення пластичних деформацій по висоті поперечних перерізів.

Результати роботи. Нижче розглянуто несиметричні двотаври, у яких площі верхніх полиць більші, ніж нижніх: $A_{f,v} > A_{f,h}$, завдяки чому нейтральна вісь z_1-z_1 , а також центральна вісь $z-z$, по відношенню до середини стінки двотавру є дещо змішеними до верхньої полиці (рис. 1, ..., 7).

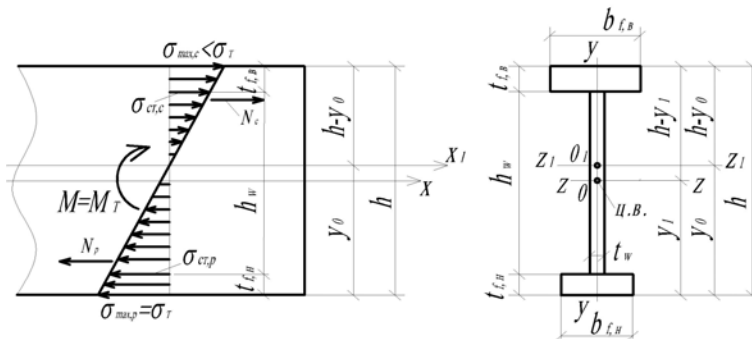


Рис. 1. **Випадок 1:** межа пружної роботи

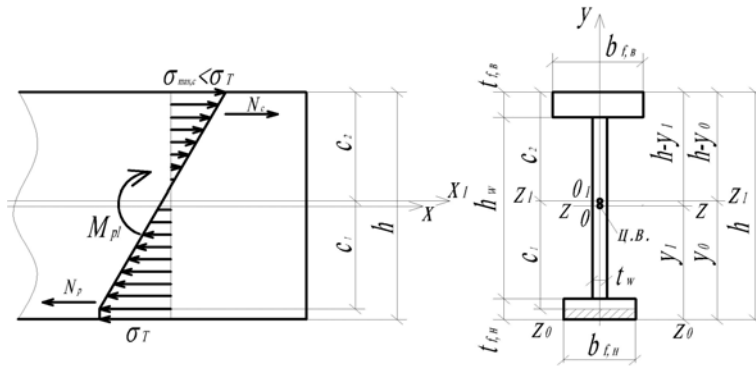


Рис. 2. **Випадок 2:** пластика на частині нижньої полиці;
верхня полиця – у пружній стадії

Для **несиметричного двотавру** у залежності від значення згинального моменту $M_T < M_{pl} < M_{lim}$, що зростає при навантаженні, маємо **6 можливих випадків** [10]:

- **випадок 1:** максимальні нормальні напруження у крайніх волокнах нижньої полиці досягли границі текучості $\sigma_{p,max} = \sigma_T$ (рис. 1) – границя лінійно-пружної роботи, та початку текучості;
- **випадок 2:** пластичні деформації та відповідні їм напруження σ_T поширені на частині нижньої полиці; верхня полиця у – пружній стадії $\sigma < \sigma_T$ (рис. 2);
- **випадок 3:** пластичні деформації у нижній полиці та у нижній частині стінки (рис. 3);
- **випадок 3 а:** пластичні деформації та відповідні їм напруження σ_T частково поширені на обидві полиці; цей випадок має місце замість випадку 3 для двотаврів із **незначною асиметрією** (рис. 7);
- **випадок 4:** пластичні деформації та відповідні їм напруження σ_T у нижній полиці та у нижній частині стінки, а також частково у верхній полиці (рис. 4);
- **випадок 5:** пластичні деформації та відповідні їм напруження σ_T – у полицях та на частині стінки; пружне ядро лише у межах стінки (рис. 6).

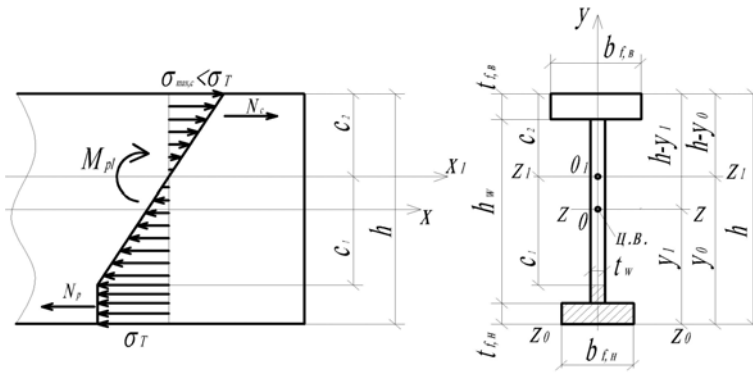


Рис. 3. **Випадок 3:** пластика у нижній полиці та нижній частині стінки

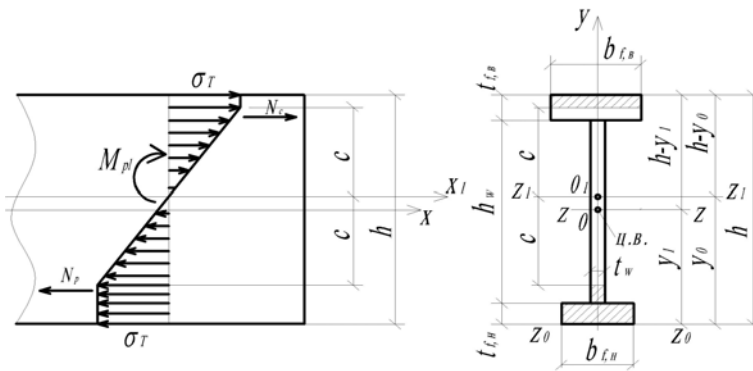


Рис. 4. **Випадок 4:** пластика у нижній полиці, на нижній частині стінки та на частині верхньої полиці

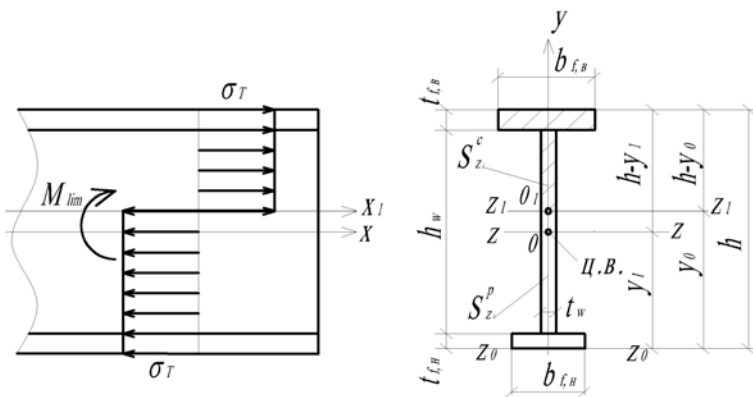


Рис. 5. До обчислення граничного значення згинального моменту M_{lim}

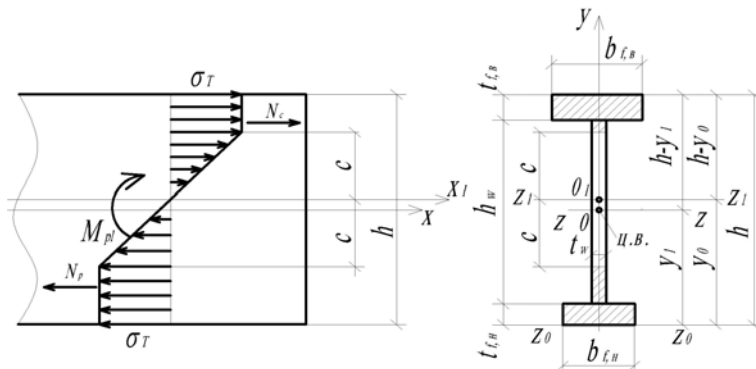


Рис. 6. **Випадок 5:** пружне ядро лише у межах стінки

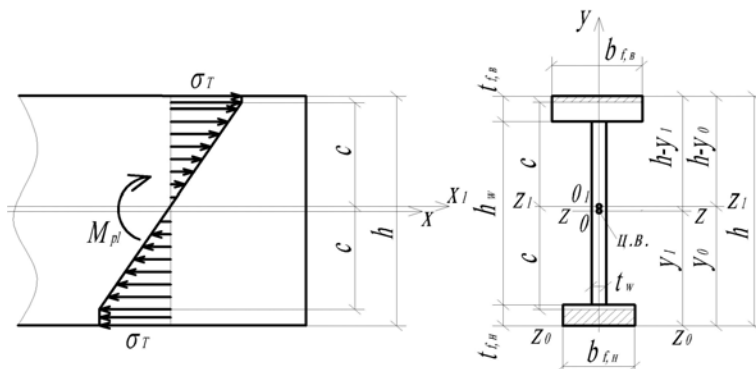


Рис. 7. **Випадок 3 а:** пластика у межах полиць

Алгоритми розрахунків за кожним із наведених вище випадків подані у числових прикладах.

Числові приклади. На числових прикладах продемонструємо, як із збільшенням значення згинального моменту M в перерізах несиметричних двотаврів зменшується пружне ядро та розвиваються пластичні деформації. Розглянемо три характерні приклади, кожний із яких має свою особливість:

- у прикладі 1 послідовно реалізуються усі **випадки**: з 1-го по 5-ий;
- у прикладі 2 (мало-асиметричний двотавр), замість **випадку 3**, реалізується **випадок 3 а**;
- у прикладі 3 за умови настання повного вичерпання несучої здатності $M = M_{lim}$ нейтральна вісь $z_1 - z_1$ знаходиться на межі верхньої полиці та стінки; при цьому послідовно реалізуються лише **випадки 1, ..., 4**.

Приклад 1

Нехай маємо **несиметричний** двотавр (рис. 1,...,7) з наступними розмірами поперечного перерізу: $b_{f,\epsilon}=30$ см; $b_{f,H}=20$ см; $t_{f,\epsilon}=t_{f,H}=t_f=2,0$ см; $h_w=40$ см; $t_w=0,75$ см; $h=44$ см. Границя текучості: $\sigma_T=24,5$ кН/см².

Відповідно до рис. 5 за виразами (84), (82), (3), (4), (5), (7) [10] знаходимо **граничні значення** величин y_0 , M_{lim} , що відповідають шарніру пластичності, а також величин y_1 , J_z , W_z^e , $W_z^H=W_{min}$, M_T :

$$y_0 = \frac{b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon} - b_{f,H} \cdot t_{f,H} + t_w \cdot (h - t_{f,\epsilon} + t_{f,H})}{2t_w} =$$

$$= \frac{30 \cdot 2 - 20 \cdot 2 + 0,75 \cdot (44 - 2 + 2)}{2 \cdot 0,75} = 35,33 \text{ см.}$$

$$M_{lim} = \sigma_T \cdot \left[b_{f,H} \cdot t_{f,H} \cdot \left(y_0 - \frac{t_{f,H}}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot t_w (y_0 - t_{f,H})^2 + \right.$$

$$\left. + b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon} \cdot \left(h - y_0 - \frac{t_{f,\epsilon}}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot t_w (h - y_0 - t_{f,\epsilon})^2 \right] =$$

$$= 24,5 \cdot \left(20 \cdot 2 \cdot \left(35,333 - \frac{2}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot (35,333 - 2)^2 + \right.$$

$$\left. + 30 \cdot 2 \cdot \left(44 - 35,333 - \frac{2}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot (44 - 35,333 - 2)^2 \right) = 55533,336 \text{ кНсм;}$$

$$y_1 = \frac{b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon} \cdot \left(h - \frac{t_{f,\epsilon}}{2} \right) + b_{f,H} \cdot t_{f,H} \cdot \frac{t_{f,H}}{2} + t_w \cdot h_w \cdot \left(\frac{h_w}{2} + t_{f,H} \right)}{b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon} + b_{f,H} \cdot t_{f,H} + t_w \cdot h_w} =$$

$$= \frac{30 \cdot 2 \cdot \left(44 - \frac{2}{2} \right) + 20 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} + 0,75 \cdot 40 \cdot \left(\frac{40}{2} + 2 \right)}{30 \cdot 2 + 20 \cdot 2 + 0,75 \cdot 40} = 25,231 \text{ см;}$$

$$J_z = \frac{b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon}^3}{12} + b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon} \cdot \left(h - y_1 - \frac{t_{f,\epsilon}}{2} \right)^2 + \frac{b_{f,H} \cdot t_{f,H}^3}{12} +$$

$$+ b_{f,H} \cdot t_{f,H} \cdot \left(y_1 - \frac{t_{f,H}}{2} \right)^2 + \frac{t_w \cdot h_w^3}{12} + t_w \cdot h_w \cdot \left(y_1 - t_{f,H} - \frac{h_w}{2} \right)^2 =$$

$$= \frac{30 \cdot 2^3}{12} + 30 \cdot 2 \left(44 - 25,231 - \frac{2}{2}\right)^2 + \frac{20 \cdot 2^3}{12} + 20 \cdot 2 \left(25,231 - \frac{2}{2}\right)^2 +$$

$$+ \frac{0,75 \cdot 40^3}{12} + 0,75 \cdot 40 \cdot \left(25,231 - 2 - \frac{40}{2}\right)^2 = 46776,41 \text{ см}^4;$$

$$W_z^g = \frac{J_z}{(h - y_1)} = \frac{46776,41}{(44 - 25,231)} = 2492,186 \text{ см}^3;$$

$$W_z^H = W_{\min} = \frac{J_z}{y_1} = \frac{46776,41}{25,231} = 1853,943 \text{ см}^3;$$

$$M_T = \sigma_T \cdot W_{\min} = 24,5 \cdot 1853,943 = 45421,602 \text{ кНсм.}$$

Також обчислюємо **граничні значення** величин:

$$W_{\lim} = \frac{M_{\lim}}{\sigma_T} = \frac{55533,336}{24,5} = 2266,667 \text{ см}^3; \quad f_{\max} = \frac{W_{\lim}}{W_{\min}} = \frac{2266,667}{1853,943} = 1,223.$$

У процесі зростання згинального моменту M прослідкуємо, які **випадки** розвитку пластичних деформацій по поперечному перерізу мають місце для двотавру заданих розмірів.

Випадок 1: максимальні нормальні напруження у крайніх волокнах нижньої полиці досягли границі текучості $\sigma_{\max,p} = \sigma_T$.

Оскільки умова $M \leq M_T$ відповідає пружній стадії, то нейтральна вісь z_1-z_1 співпадає з центральною віссю $z-z$ (рис. 1), тобто маємо рівність розмірів: $y_0 = y_1$.

Тоді замість обчислення положення нейтральної осі z_1-z_1 за (24) [10] запишемо безпосередньо: $y_0 = y_1 = 25,231 \text{ см}$.

За (28) [10] обчислюємо значення $M = M_T$:

$$M_T = \sigma_T / (3y_0) \cdot \left\{ b_{f,H} \cdot t_{f,H} \cdot (3y_0^2 - 3y_0 \cdot t_{f,H} + t_{f,H}^2) + \right.$$

$$\left. + \left[(y_0 - t_{f,H})^3 + (h - y_0 - t_{f,B})^3 \right] \cdot t_w + \right.$$

$$\left. + b_{f,B} \cdot t_{f,B} \cdot (3h^2 - 6h \cdot y_0 - 3h \cdot t_{f,B} + 3y_0^2 + 3y_0 \cdot t_{f,B} + t_{f,B}^2) \right\} =$$

$$= 24,5/(3 \cdot 27,25) \cdot \left\{ 20 \cdot 2 \cdot (3 \cdot 25,231^2 - 3 \cdot 25,231 \cdot 2 + 2^2) + \right. \\ \left. + [(25,231 - 2)^3 + (44 - 25,231 - 2)^3] \cdot 0,75 + 30 \cdot 2 \cdot (3 \cdot 44^2 - 6 \cdot 44 \cdot 25,231 - \right. \\ \left. - 3 \cdot 44 \cdot 2 + 3 \cdot 25,231^2 + 3 \cdot 25,231 \cdot 2 + 2^2) \right\} = 45421,602 \text{ кНсм.}$$

Випадок 2: пластичні деформації та відповідні їм напруження σ_T поширені на частині нижньої полиці; верхня полиця – у пружній стадії.

Даний випадок (рис. 2) виникає при незначному зростанні згинального моменту $M = M_{pl}$ у порівнянні зі значенням $M = M_T$. Але, на відміну від попереднього, у цьому випадку і у наступних нейтральна вісь $z_I - z_I$ за умови: $A_{f,\epsilon} > A_{f,H}$ уже не співпадає з центральною віссю $z - z$, а дещо переміщується вгору до верхньої полиці двотавра.

Положення нейтральної осі $z_I - z_I$ визначається розміром y_0 , який, у свою чергу, залежить від розміру c_1 (рис. 2). Останній відповідно до (44) [10] змінюється у межах:

$$c_{1,\max} = y_{0,\min} \geq c_1 \geq c_{1,\min} = y_{0,\max} - t_{f,H}$$

Оскільки умова (41) [10]: $c_{1,\max} = y_0$ приводить нас до рівності $M_{pl} = M_T$ (див. вирази (28) та (42) [10]), тобто фактично до **випадку 1**, значення $c_{1,\max}$ на межі **випадків 1 і 2** з урахуванням, що для **випадку 1** отримано: $y_0 = y_1 = 25,231$ см, буде: $c_{1,\max} = 25,231$ см.

Умова (44) [10] для $c_{1,\min}$ потребує попереднього визначення розміру $y_{0,\max}$ за виразом (46) [10]:

$$y_{0,\max} = \frac{2b_{f,H} \cdot t_{f,H}^2 + 2hb_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon} - b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon}^2 + (t_{f,\epsilon}^2 - t_{f,H}^2 + h^2 - 2ht_{f,\epsilon}) \cdot t_w}{2 \cdot (b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon} + b_{f,H} \cdot t_{f,H} + h_w \cdot t_w)} = \\ = \frac{2 \cdot 20 \cdot 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 30 \cdot 2^2 + (2^2 - 2^2 + 44^2 - 2 \cdot 44 \cdot 2) \cdot 0,75}{2 \cdot (30 \cdot 2 + 20 \cdot 2 + 40 \cdot 0,75)} = 25,538 \text{ см.}$$

Тоді $c_{1,\min} = y_{0,\max} - t_{f,H} = 25,538 - 2 = 23,538$ см.

Таким чином, маємо межі зміни взаємопов'язаних величин:

$$y_{0,\min} = 25,231 \leq y_0 \leq y_{0,\max} = 25,538 \text{ см};$$

$$c_{1,\max} = 25,231 \geq c_1 \geq c_{1,\min} = 23,538 \text{ см}.$$

Як бачимо, із збільшенням згинаючого моменту M_{pl} розмір y_0 зростає, тобто нейтральна вісь z_1-z_1 все більше піднімається над центральною віссю $z-z$ ($y_0 > y_1$), а розмір c_1 відповідно зменшується (див. рис. 2).

Задаючи можливі значення розміру c_1 , із розв'язку квадратного рівняння (35) [9] знаходимо відповідний розмір y_0 , а за виразом (40) [10] обчислюємо величину M_{pl} , і, відповідно, W_{pl} , f_{pl} .

Так, при $c_1 = c_{1,\max} = 25,231$ см (**межа випадків 2 і 1**) послідовно обчислюємо:

за (36) [10] – коефіцієнти квадратного рівняння (35):

$$A_1 = b_{f,H} = 20;$$

$$A_2 = -2 \cdot (b_{f,H} \cdot t_{f,H} + b_{f,B} \cdot t_{f,B} + c_1 \cdot b_{f,H} + h_w \cdot t_w) = \\ = -2 \cdot (20 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + 25,231 \cdot 20 + 40 \cdot 0,75) = -1269,24;$$

$$A_3 = c_1^2 \cdot b_{f,H} + b_{f,H} \cdot t_{f,H}^2 + 2h \cdot b_{f,B} \cdot t_{f,B} - b_{f,B} \cdot t_{f,B}^2 + \\ + (t_{f,B}^2 - t_{f,H}^2 + h^2 - 2ht_{f,B}) \cdot t_w = \\ = 25,231^2 \cdot 20 + 20 \cdot 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 30 \cdot 2^2 + \\ + (2^2 - 2^2 + 44^2 - 2 \cdot 44 \cdot 2) \cdot 0,75 = 19292,068;$$

за (37) – його корені:

$$y_0 = \frac{-A_2 \pm \sqrt{A_2^2 - 4 \cdot A_1 \cdot A_3}}{2 \cdot A_1}; \quad y_{0,1} = 38,231 \text{ см}; \quad y_{0,2} = 25,231 \text{ см}.$$

Перший корінь є стороннім, оскільки $y_{0,1} > y_{0,\max} = 25,538$ см. Таким чином, остаточно приймаємо для $c_1 = c_{1,\max} = 25,231$ см, $y_0 = y_{0,2} = 25,231$ см. Підставляємо ці значення в (40) [10]:

$$\begin{aligned}
 M_{pl} &= \sigma_T / (3 \cdot c_1) \cdot \left[\frac{3}{2} c_1 \cdot b_{f,H} \cdot (y_0^2 - c_1^2) + (c_1 - y_0 + t_{f,H}) \cdot b_{f,H} \times \right. \\
 &\times (c_1^2 + c_1 \cdot y_0 + y_0^2 - 2 \cdot y_0 \cdot t_{f,H} - t_{f,H} \cdot c_1 + t_{f,H}^2) + (y_0 - t_{f,H})^3 \cdot t_w + \\
 &\times (h - y_0 - t_{f,\epsilon})^3 t_w + b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon} \times \\
 &\left. (3h^2 - 6hy_0 - 3ht_{f,\epsilon} + 3y_0^2 + 3y_0t_{f,\epsilon} + t_{f,\epsilon}^2) \right] = \\
 &= 24,5 / (3 \cdot 25,231) \cdot \left[\frac{3}{2} \cdot 25,231 \cdot 20 \cdot (25,231^2 - 25,231^2) + \right. \\
 &+ (25,231 - 25,231 + 2) \cdot 20 \cdot (25,231^2 + 25,231 \cdot 25,231 + 25,231^2 - \\
 &- 2 \cdot 25,231 \cdot 2 - 2 \cdot 25,231 + 2^2) + (25,231 - 2)^3 \cdot 0,75 + \\
 &+ (44 - 25,231 - 2)^3 \cdot 0,75 + 30 \cdot 2 \cdot (3 \cdot 44^2 - \\
 &\left. - 6 \cdot 44 \cdot 25,231 - 3 \cdot 44 \cdot 2 + 3 \cdot 25,231^2 + 3 \cdot 25,231 \cdot 2 + 2^2) \right] = 45421,602 \text{ кНсм};
 \end{aligned}$$

тобто $M_{pl} = M_T$. Тоді:

$$W_{pl} = M_{pl} / \sigma_T = 45421,602 / 24,5 = 1853,943 \text{ см}^3 = W_{\min},$$

$$f_{pl} = W_{pl} / W_{\min} = 1853,943 / 1853,943 = 1,0.$$

За виразом (29) [10] обчислюємо максимальні напруження у верхній полиці:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\max,c} &= \sigma_T (h - y_0) / c_1 = 24,5 (44 - 25,231) / 25,231 = \\
 &= 18,225 \text{ кН/см}^2 < \sigma_T = 24,5 \text{ кН/см}^2
 \end{aligned}$$

– верхня полиця у пружній стадії.

Нехай $c_1 = c_{1,\min} = 23,538 \text{ см}$ (друга межа для випадку 2). За (36) – обчислюємо коефіцієнти квадратного рівняння (35):

$$A_1 = 20; \quad A_2 = -2 \cdot (20 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + 23,538 \cdot 20 + 40 \cdot 0,75) = -1201,52;$$

$$\begin{aligned}
 A_3 &= 23,538^2 \cdot 20 + 20 \cdot 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 30 \cdot 2^2 + \\
 &+ (2^2 - 2^2 + 44^2 - 2 \cdot 44 \cdot 2) \cdot 0,75 = 17640,748;
 \end{aligned}$$

за (37) – його корені:

$$y_0 = \frac{-A_2 \pm \sqrt{A_2^2 - 4 \cdot A_1 \cdot A_3}}{2 \cdot A_1}, \quad y_{0,1} = 34,537 \text{ см}; \quad y_{0,2} = 25,538 \text{ см.}$$

Перший корінь є стороннім, оскільки $y_{0,1} > y_{0,\max} = 25,538$ см. Таким чином, остаточно приймаємо для $c_1 = 23,538$ см: $y_0 = y_{0,2} = 25,538$ см. Підставляємо ці значення в (40):

$$M_{pl} = 24,5 / (3 \cdot 23,538) \cdot \left[\frac{3}{2} \cdot 23,538 \cdot 20 \cdot (25,538^2 - 23,538^2) + \right. \\ \left. + (23,538 - 25,538 + 2) \cdot 20(23,538^2 + 23,538 \cdot 25,538 + 25,538^2 - 2 \cdot 25,538 \cdot 2 - \right. \\ \left. - 2 \cdot 23,538 + 2^2) + (25,538 - 2)^3 0,75 + (44 - 25,538 - 2)^3 0,75 + 30 \cdot 2(3 \cdot 44^2 - \right. \\ \left. - 6 \cdot 44 \cdot 25,538 - 3 \cdot 44 \cdot 2 + 3 \cdot 25,538^2 + 3 \cdot 25,538 \cdot 2 + 2^2) \right] = 47664,777 \text{ кНсм.}$$

Тоді:

$$W_{pl} = \frac{M_{pl}}{\sigma_T} = \frac{47664,777}{24,5} = 1945,501 \text{ см}^3; \quad f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{\min}} = \frac{1945,501}{1853,943} = 1,049.$$

За виразом (29) обчислюємо максимальні напруження у верхній полиці:

$$\sigma_{\max,c} = \sigma_T \cdot (h - y_0) / c_1 = 24,5 \cdot (44 - 25,538) / 23,538 = \\ = 19,216 \text{ кН/см}^2 < \sigma_T = 24,5 \text{ кН/см}^2.$$

Остання перевірка напружень $\sigma_{\max,c}$ свідчить про те, що на **другій межі випадку 2** пластичні деформації розвинулися по всій нижній полиці, а верхня полиця за пружними напруженнями має певний запас. Звідси **робимо висновок**, що при подальшому зростанні згинального моменту M_{pl} наступним буде **випадок 3**, коли пластика у нижній частині перерізу поширюється на стінку, а верхня полиця працює пружно (рис. 3). **Випадок 3 а** (рис. 7) для даного двотавру **виключається**.

Випадок 3: пластичні деформації у нижній полиці та нижній частині стінки.

Межі можливих значень розміру c_1 для **випадку 3** (рис. 3) відображені у (62) [10]:

$c_{1,\max} = y_0 - t_{f,H} \geq c_1 \geq c_{1,\min} = h - y_0$. Але, як уже зазначалося вище (див. **випадок 2** даного прикладу), спочатку необхідно для кожного із граничних значень $c_{1,\max}$, $c_{1,\min}$ величини c_1 обчислити відповідні їм граничні значення розміру y_0 : $y_{0,\min}$ та $y_{0,\max}$.

Граничний розмір $y_{0,\min}$ знаходимо за виразом (63) [10]:

$$y_{0,\min} = \frac{(2 \cdot b_{f,H} - t_w) \cdot t_{f,H}^2 + 2h \cdot b_{f,G} \cdot t_{f,G} - b_{f,G} \cdot t_{f,G}^2}{2 \cdot (h_w \cdot t_w + b_{f,G} \cdot t_{f,G} + b_{f,H} \cdot t_{f,H})} + \frac{(h^2 + t_{f,G}^2 - 2 \cdot h \cdot t_{f,G}) \cdot t_w}{2 \cdot (h_w \cdot t_w + b_{f,G} \cdot t_{f,G} + b_{f,H} \cdot t_{f,H})}$$

$$= \frac{(2 \cdot 20 - 0,75) \cdot 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 30 \cdot 2^2}{2 \cdot (40 \cdot 0,75 + 30 \cdot 2 + 20 \cdot 2)} + \frac{(44^2 + 2^2 - 2 \cdot 44 \cdot 2) \cdot 0,75}{2 \cdot (40 \cdot 0,75 + 30 \cdot 2 + 20 \cdot 2)} = 25,538 \text{ см.}$$

Тоді за (62): $c_{1,\max} = 25,533 - 2 = 23,538$ см. Як бачимо, граничні значення $y_{0,\min}$, $c_{1,\max}$ у **випадку 3** співпали з відповідними величинами $y_{0,\max}$, $c_{1,\min}$ для **випадку 2**.

Граничний розмір $y_{0,\max}$ знаходимо із розв'язку квадратного рівняння (54) [10], коефіцієнти якого обчислюємо за (64): $A_1 = 4 \cdot t_w = 4 \cdot 0,75 = 3$;

$$A_2 = -2 \cdot (3 \cdot h \cdot t_w - t_{f,G} \cdot t_w + t_w \cdot t_{f,H} + b_{f,G} \cdot t_{f,G} - b_{f,H} \cdot t_{f,H}) =$$

$$= -2 \cdot (3 \cdot 44 \cdot 0,75 - 2 \cdot 0,75 + 0,75 \cdot 2 + 30 \cdot 2 - 20 \cdot 2) = -238,0;$$

$$A_3 = 2 \cdot h \cdot (b_{f,G} \cdot t_{f,G} - b_{f,H} \cdot t_{f,H}) - b_{f,G} \cdot t_{f,G}^2 + (2h^2 + t_{f,G}^2 + t_{f,G}^2 + 2 \cdot h \cdot t_{f,H} - 2 \cdot h \cdot t_{f,G}) \cdot t_w =$$

$$= 2 \cdot 44 \cdot (30 \cdot 2 - 20 \cdot 2) - 30 \cdot 2^2 + (2 \cdot 44^2 + 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 2 - 2 \cdot 44 \cdot 2) \cdot 0,75 = 4547,0.$$

Корені рівняння (54) обчислюємо за (56):

$$y_0 = \frac{-A_2 \pm \sqrt{A_2^2 - 4 \cdot A_1 \cdot A_3}}{2 \cdot A_1}, \quad y_{0,1} = 47,267 \text{ см}; \quad y_{0,2} = 32,066 \text{ см}.$$

Корінь $y_{0,1}$ є стороннім, оскільки $y_{0,1} > h$. Остаточню приймаємо:

$$y_{0,\max} = y_{0,2} = 32,066 \text{ см}.$$

Тоді за (62): $c_{1,\min} = h - y_0 = 44 - 32,066 = 11,934$.

Таким чином, маємо наступні **межі** для зміни взаємопов'язаних величин:

$$y_{0,\min} = 25,538 \leq y_0 \leq y_{0,\max} = 32,066 \text{ см та}$$

$$c_{1,\max} = 23,538 \geq c_1 \geq c_{1,\min} = 11,934 \text{ см}.$$

Задаючи можливі значення розміру c_1 , із розв'язку квадратного рівняння (54) з урахуванням (55) знаходимо відповідний розмір y_0 , а за виразом (58) обчислюємо величину M_{pl} і далі: W_{pl} , f_{pl} .

Так, при $c_1 = c_{1,\max} = 23,538$ см (межа **випадків 3 і 2**) послідовно обчислюємо:

за (55) - коефіцієнти квадратного рівняння (54):

$$A_1 = t_w = 0,75;$$

$$\begin{aligned} A_2 &= -2 \cdot (t_w \cdot c_1 + h \cdot t_w - t_{f,\text{в}} \cdot t_w + b_{f,\text{в}} \cdot t_{f,\text{в}}) = \\ &= -2 \cdot (0,75 \cdot 23,538 + 44 \cdot 0,75 - 2 \cdot 0,75 + 30 \cdot 2) = -218,307; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_3 &= 2t_w \cdot t_{f,\text{н}} \cdot c_1 - 2 \cdot b_{f,\text{н}} \cdot t_{f,\text{н}} \cdot c_1 + t_w \cdot c_1^2 + h^2 \cdot t_w + \\ &+ t_{f,\text{в}}^2 \cdot t_w - 2 \cdot h \cdot t_{f,\text{в}} \cdot t_w + 2h \cdot b_{f,\text{в}} \cdot t_{f,\text{в}} - b_{f,\text{в}} \cdot t_{f,\text{в}}^2 = \\ &= 2 \cdot 0,75 \cdot 2 \cdot 23,538 - 2 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 23,538 + 0,75 \cdot 23,538^2 + \\ &+ 44^2 \cdot 0,75 + 2^2 \cdot 0,75 - 2 \cdot 44 \cdot 2 \cdot 0,75 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - \\ &- 30 \cdot 2^2 = 5086,102; \end{aligned}$$

за (56) – його корені:

$$y_0 = \frac{-A_2 \pm \sqrt{A_2^2 - 4 \cdot A_1 \cdot A_3}}{2 \cdot A_1}, \quad y_{0,1} = 265,537 \text{ см}; \quad y_{0,2} = 25,538 \text{ см}.$$

Корінь $y_{0,1}$ є стороннім, оскільки $y_{0,1} > h$. Остаточо приймаємо:
 $y_0 = y_{0,\min} = y_{0,2} = 25,538$ см – співпало з граничним значенням $y_{0,\max}$
для **випадку 2**.

Значення $c_1 = c_{1,\max} = 23,538$ см: $y_0 = y_{0,2} = 25,538$ см підставляємо в (58):

$$\begin{aligned} M_{pl} &= \sigma_T \cdot \left[b_{f,H} \cdot t_{f,H} \cdot (y_0 - \frac{t_{f,H}}{2}) + \frac{1}{2} \cdot t_w \cdot ((y_0 - t_{f,H})^2 - c_1^2) + \right. \\ &+ \frac{1}{3} \cdot t_w \cdot c_1^2 + \frac{1}{3c_1} \cdot (h - y_0 - t_{f,e})^3 \cdot t_w + \frac{1}{3c_1} \cdot b_{f,e} \cdot t_{f,e} \times \\ &\times (3h^2 - 6h \cdot y_0 - 3h \cdot t_{f,e} + 3 \cdot y_0^2 + 3y_0 \cdot t_{f,e} + t_{f,e}^2) \left. \right] = \\ &= 24,5 \cdot \left[20 \cdot 2 \cdot (25,538 - \frac{2}{2}) + \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot ((25,538 - 2)^2 - 23,538^2) + \right. \\ &+ \frac{1}{3} \cdot 0,75 \cdot 23,538^2 + \frac{1}{3 \cdot 23,538} \cdot (44 - 25,538 - 2)^3 \cdot 0,75 + \frac{1}{3 \cdot 23,538} \times \\ &\times 30 \cdot 2 \cdot (3 \cdot 44^2 - 6 \cdot 44 \cdot 25,538 - 3 \cdot 44 \cdot 2 + 3 \cdot 25,538^2 + 3 \cdot 25,538 \cdot 2 + 2^2) \left. \right] = \\ &= 47664,777 \text{ кНсм.} \end{aligned}$$

$$\text{Тоді: } W_{pl} = \frac{M_{pl}}{\sigma_T} = \frac{47664,777}{24,5} = 1945,501 \text{ см}^3; \quad f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{\min}} = \frac{1945,501}{1853,943} = 1,049.$$

За виразом (53) обчислюємо максимальні напруження у верхній полиці:

$$\begin{aligned} \sigma_{\max,c} &= \sigma_T (h - y_0) / c_1 = 24,5(44 - 25,538) / 23,538 = \\ &= 19,216 \text{ кН/см}^2 < \sigma_T = 24,5 \text{ кН/см}^2. \end{aligned}$$

Як бачимо, усі величини співпали з аналогічними для **випадку 2** на його **межі** з **випадком 3**.

З метою скорочення матеріалу опускаємо розрахунки для проміжних значень c_1 , їх результати наведені в табл. 1.

Нехай $c_1 = c_{1,\min} = 11,934$ см (2-а межа для **випадку 3**). Тоді за (55) – обчислюємо коефіцієнти квадратного рівняння (54):

$$A_1 = t_w = 0,75;$$

$$\begin{aligned} A_2 &= -2 \cdot (t_w \cdot c_1 + h \cdot t_w - t_{f,e} \cdot t_w + b_{f,e} \cdot t_{f,e}) = \\ &= -2 \cdot (0,75 \cdot 11,934 + 44 \cdot 0,75 - 2 \cdot 0,75 + 30 \cdot 2) = -200,902; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_3 &= 2t_w \cdot t_{f,H} \cdot c_1 - 2 \cdot b_{f,H} \cdot t_{f,H} \cdot c_1 + t_w \cdot c_1^2 + h^2 \cdot t_w + t_{f,\beta}^2 \cdot t_w - \\
 &- 2 \cdot h \cdot t_{f,\beta} \cdot t_w + 2h \cdot b_{f,\beta} \cdot t_{f,\beta} - b_{f,\beta} \cdot t_{f,\beta}^2 = \\
 &= 2 \cdot 0,75 \cdot 2 \cdot 11,934 - 2 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 11,934 + 0,75 \cdot 11,934^2 + 44^2 \cdot 0,75 + \\
 &+ 2^2 \cdot 0,75 - 2 \cdot 44 \cdot 2 \cdot 0,75 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 30 \cdot 2^2 = 5670,868;
 \end{aligned}$$

за (56) – його корені:

$$y_0 = \frac{-A_2 \pm \sqrt{A_2^2 - 4 \cdot A_1 \cdot A_3}}{2 \cdot A_1}, \quad y_{0,1} = 235,804 \text{ см}; \quad y_{0,2} = 32,066 \text{ см}.$$

Корінь $y_{0,1}$ є стороннім, оскільки $y_{0,1} > h$.

Остаточню приймаємо: $y_0 = y_{0,\max} = y_{0,2} = 32,066$ см – співпало з граничним значенням $y_{0,\max}$, отриманим із розв'язку квадратного рівняння (54) з урахуванням (64).

Значення $c_1 = c_{1,\min} = 11,934$ см: $y_0 = y_{0,2} = 32,066$ см підставляємо в (58):

$$\begin{aligned}
 M_{pl} &= \sigma_T \cdot \left[b_{f,H} \cdot t_{f,H} \cdot (y_0 - \frac{t_{f,H}}{2}) + \frac{1}{2} \cdot t_w \cdot ((y_0 - t_{f,H})^2 - c_1^2) + \right. \\
 &+ \frac{1}{3} \cdot t_w \cdot c_1^2 + \frac{1}{3c_1} \cdot (h - y_0 - t_{f,\beta})^3 \cdot t_w + \frac{1}{3c_1} \cdot b_{f,\beta} \cdot t_{f,\beta} \times \\
 &\left. \times (3h^2 - 6h \cdot y_0 - 3h \cdot t_{f,\beta} + 3 \cdot y_0^2 + 3y_0 \cdot t_{f,\beta} + t_{f,\beta}^2) \right] = \\
 &= 24,5 \cdot \left[20 \cdot 2 \cdot (32,066 - \frac{2}{2}) + \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot ((32,066 - 2)^2 - 11,934^2) + \right. \\
 &+ \frac{1}{3} \cdot 0,75 \cdot 11,934^2 + \frac{1}{3 \cdot 11,934} \cdot (44 - 32,066 - 2)^3 \cdot 0,75 + \frac{1}{3 \cdot 11,934} \times \\
 &\left. 30 \cdot 2 \cdot (3 \cdot 44^2 - 6 \cdot 44 \cdot 32,066 - 3 \cdot 44 \cdot 2 + 3 \cdot 32,066^2 + 3 \cdot 32,066 \cdot 2 + 2^2) \right] = \\
 &= 53584,035 \text{ кНсм}.
 \end{aligned}$$

Тоді:

$$W_{pl} = \frac{M_{pl}}{\sigma_T} = \frac{53584,035}{24,5} = 2187,104 \text{ см}^3; \quad f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{\min}} = \frac{2187,104}{1853,943} = 1,18.$$

За виразом (53) обчислюємо максимальні напруження у верхній полиці:

$$\sigma_{\max,c} = \sigma_T \cdot (h - y_0) / c_1 = 24,5 \cdot (44 - 32,066) / 11,934 = 24,5 \text{ кН/см}^2 = \sigma_T.$$

Оскільки вони досягли межі текучості, то при подальшому зростанні згинального моменту $M_{pl} > 53584,035 \text{ кНсм}$ **випадок 3** переходить у **випадок 4**.

Випадок 4: пластичні деформації у нижній полиці та нижній частині стінки, а також частково у верхній полиці

Межі можливих значень розміру c для **випадку 4** (рис. 4) зазначені у (74) [10]:

$$c_{\max} = h - y_{0,\min} \geq c \geq c_{\min} = h - y_{0,\max} - t_{f,\varepsilon}.$$

Для знаходження граничного розміру c_{\max} із рішення квадратного рівняння (67) визначимо відповідний граничний розмір $y_{0,\min}$. Для цього обчислюємо коефіцієнти рівняння (67) за виразами (75):

$$A_1 = 4 \cdot t_w = 4 \cdot 0,75 = 3;$$

$$A_2 = -2 \cdot (3h \cdot t_w - t_{f,\varepsilon} \cdot t_w + t_w \cdot t_{f,H} + b_{f,\varepsilon} \cdot t_{f,\varepsilon} - b_{f,H} \cdot t_{f,H}) = \\ = -2 \cdot (3 \cdot 44 \cdot 0,75 - 2 \cdot 0,75 + 0,75 \cdot 2 + 30 \cdot 2 - 20 \cdot 2) = -238,0;$$

$$A_3 = -2h \cdot (b_{f,H} \cdot t_{f,H} - b_{f,\varepsilon} \cdot t_{f,\varepsilon}) - 2h \cdot t_w \cdot (t_{f,\varepsilon} - t_{f,H}) + \\ + (2h^2 + t_{f,\varepsilon}^2) \cdot t_w - b_{f,\varepsilon} \cdot t_{f,\varepsilon}^2 = -2 \cdot 44(20 \cdot 2 - 30 \cdot 2) - \\ - 2 \cdot 44 \cdot 0,75(2 - 2) + (2 \cdot 44^2 + 2^2)0,75 - 30 \cdot 2^2 = 4547,0.$$

Тоді за (69) маємо корені рівняння (67):

$$y_0 = \frac{-A_2 \pm \sqrt{A_2^2 - 4 \cdot A_1 \cdot A_3}}{2 \cdot A_1}, \quad y_{0,1} = 47,268 \text{ см}; \quad y_{0,2} = 32,066 \text{ см}.$$

Корінь $y_{0,1}$ є стороннім, оскільки $y_{0,1} > h$.

Остаточно приймаємо: $y_0 = y_{0,\min} = y_{0,2} = 32,066 \text{ см}$.

За (74) обчислюємо відповідне граничне значення c_{\max} :

$$c_{\max} = h - y_{0,\min} = 44 - 32,066 = 11,934 \text{ см}.$$

Як бачимо, граничні значення $y_{0,\min}$, c_{\max} співпали з відповідними граничними значеннями $y_{0,\max}$, $c_{1,\min}$, отриманими для **випадку 3** на межі **випадків 4 та 3**.

Для знаходження граничного розміру c_{\min} із рішення квадратного рівняння (67) визначимо відповідний граничний розмір $y_{0,\max}$. Для цього обчислюємо коефіцієнти рівняння (67) за виразами (76):

$$A_1 = 4 \cdot t_w = 4 \cdot 0,75 = 3;$$

$$A_2 = -2 \cdot (3h \cdot t_w - 3t_w \cdot t_{f,\varepsilon} + t_w \cdot t_{f,h} - b_{f,h} \cdot t_{f,h} + b_{f,\varepsilon} \cdot t_{f,\varepsilon}) = \\ = -2 \cdot (3 \cdot 44 \cdot 0,75 - 3 \cdot 0,75 \cdot 2 + 0,75 \cdot 2 - 20 \cdot 2 + 30 \cdot 2) = -232,0;$$

$$A_3 = -2b_{f,h} \cdot t_{f,h} \cdot h + 2b_{f,h} \cdot t_{f,h} \cdot t_{f,\varepsilon} + 2t_w \cdot t_{f,h} \cdot h - 2t_w \cdot t_{f,h} \cdot t_{f,\varepsilon} + \\ + 2h^2 \cdot t_w - 2b_{f,\varepsilon} \cdot t_{f,\varepsilon}^2 + 2t_{f,\varepsilon}^2 t_w - 4ht_{f,\varepsilon} t_w + 2hb_{f,\varepsilon} \cdot t_{f,\varepsilon} = \\ = -2 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 44 + 2 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 0,75 \cdot 2 \cdot 44 - 2 \cdot 0,75 \cdot 2 \cdot 2 + \\ + 2 \cdot 44^2 \cdot 0,75 - 2 \cdot 30 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^2 \cdot 0,75 - 4 \cdot 44 \cdot 2 \cdot 0,75 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 = 4452,0.$$

За (69) маємо корені рівняння (67):

$$y_0 = \frac{-A_2 \pm \sqrt{A_2^2 - 4 \cdot A_1 \cdot A_3}}{2 \cdot A_1}, \quad y_{0,1} = 42,0 \text{ см}; \quad y_{0,2} = 35,333 \text{ см}.$$

Корінь $y_{0,1}$ є стороннім, оскільки $y_{0,1} = 42,0 > y_0 = 35,333$ см, де остання величина обчислена на початку даного прикладу за виразом (84) за умови повного вичерпання заданим перерізом несучої здатності.

Корінь $y_{0,2}$ співпадає з величиною $y_0 = 35,333$ см, що фіксує положення нейтральної осі z_I-z_I або за умови поширення пластичних деформацій на весь переріз (рис. 5), або у настанні **випадку 5**, включаючи межю **випадків 4 і 5** (див. вираз (85)).

За (74) обчислюємо відповідне граничне значення c_{\min} :

$$c_{\min} = h - y_{0,\max} - t_{f,\varepsilon} = 44 - 35,333 - 2 = 6,667 \text{ см}.$$

Оскільки відповідно до рис. 5 при $y_0 = 35,333$ см пружне ядро має бути відсутнім: $c = 0$, то корінь $y_{0,2}$ у даному прикладі відповідає значенню $y_{0,2} = y_{0,\max} = 35,333$ см з відповідною напіввисотою пружного ядра $c_{\min} = 6,667$ см.

Таким чином, маємо межі зміни взаємопов'язаних величин:

$$y_{0,\min} = 32,066 \leq y_0 \leq y_{0,\max} = 35,333 \text{ см};$$

$$c_{\max} = 11,934 \geq c \geq c_{\min} = 6,667 \text{ см.}$$

Задаючи можливі значення розміру c , із розв'язку квадратного рівняння (67) знаходимо відповідний розмір y_0 , а за виразом (71) обчислюємо величину M_{pl} і далі W_{pl} , f_{pl} .

Так, при $c = c_{\max} = 11,934$ см (межа **випадків 4 і 3**) послідовно обчислюємо:

за (68) – коефіцієнти квадратного рівняння (67):

$$A_1 = b_{f,\varepsilon} - t_w = 30 - 0,75 = 29,25;$$

$$\begin{aligned} A_2 &= 2 \cdot (t_w \cdot c + h \cdot t_w - t_{f,\varepsilon} \cdot t_w - h \cdot b_{f,\varepsilon} + b_{f,\varepsilon} \cdot t_{f,\varepsilon} + b_{f,\varepsilon} \cdot c) = \\ &= 2 \cdot (0,75 \cdot 11,934 + 44 \cdot 0,75 - 2 \cdot 0,75 - 44 \cdot 30 + 30 \cdot 2 + 30 \cdot 11,934) = \\ &= -1723,028; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_3 &= 2b_{f,H} \cdot t_{f,H} \cdot c - 2t_w \cdot t_{f,H} \cdot c - t_w \cdot c^2 - h^2 \cdot t_w - t_{f,\varepsilon}^2 \cdot t_w + 2ht_{f,\varepsilon} \cdot t_w + \\ &+ b_{f,\varepsilon} \cdot h^2 + b_{f,\varepsilon} \cdot t_{f,\varepsilon}^2 - 2hb_{f,\varepsilon} \cdot t_{f,\varepsilon} - 2b_{f,\varepsilon} \cdot hc + b_{f,\varepsilon} \cdot c^2 = \\ &= 2 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 11,934 - 2 \cdot 0,75 \cdot 2 \cdot 11,934 - 0,75 \cdot 11,934^2 - 44^2 \cdot 0,75 - 2^2 \cdot 0,75 + \\ &+ 2 \cdot 44 \cdot 2 \cdot 0,75 + 30 \cdot 44^2 + 30 \cdot 2^2 - 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 2 \cdot 30 \cdot 44 \cdot 11,934 + \\ &+ 30 \cdot 11,934^2 = 25175,021; \end{aligned}$$

за (69) – його корені:

$$y_0 = \frac{-A_2 \pm \sqrt{A_2^2 - 4 \cdot A_1 \cdot A_3}}{2 \cdot A_1}, \quad y_{0,1} = 32,066 \text{ см}; \quad y_{0,2} = 26,841 \text{ см.}$$

Корінь $y_{0,2}$ є стороннім, оскільки $y_{0,2} < y_{0,\min} = 32,066$ см.

Остаточно приймаємо: $y_0 = y_{0,1} = y_{0,\min} = 32,066$ см.

Значення $c = c_{\max} = 11,934$ см, $y_0 = y_{0,1} = y_{0,\min} = 32,066$ см підставляємо у (71):

$$\begin{aligned}
 M_{pl} &= \sigma_T \cdot b_{f,H} \cdot t_{f,H} \cdot (y_0 - \frac{t_{f,H}}{2}) + \sigma_T \cdot t_w \cdot (y_0 - t_{f,H} - c) \cdot \frac{1}{2} \cdot (y_0 - t_{f,H} + c) + \\
 &+ \frac{1}{2} \cdot \sigma_T \cdot t_w \cdot c \cdot \frac{2}{3} \cdot c + \frac{1}{2} \cdot \sigma_T \cdot \frac{(h - y_0 - t_{f,\theta})^2}{c} \cdot t_w \cdot \frac{2}{3} \cdot (h - y_0 - t_{f,\theta}) + \\
 &+ \frac{1}{2c} \cdot \sigma_T \cdot b_{f,\theta} \cdot (c^2 - h^2 - y_0^2 - t_{f,\theta}^2 + 2h \cdot y_0 + 2h \cdot t_{f,\theta} - 2t_{f,\theta} \cdot y_0) \times \\
 &\times \frac{(2h^2 + 2y_0^2 + 2c^2 + 2t_{f,\theta}^2 + 2hc - 2y_0c - 2t_{f,\theta}c - 4hy_0 - 4ht_{f,\theta} + 4t_{f,\theta}y_0)}{3(c + h - y_0 - t_{f,\theta})} + \\
 &+ \sigma_T \cdot b_{f,\theta} \cdot (h - y_0 - c) \cdot \frac{1}{2} \cdot (h - y_0 + c) = \\
 &= 24,5 \cdot 20 \cdot 2 \cdot (32,066 - \frac{2}{2}) + 24,5 \cdot 0,75 \cdot (32,066 - 2 - 11,934) \cdot \frac{1}{2} \times \\
 &\times (32,066 - 2 + 11,934) + \frac{1}{2} \cdot 24,5 \cdot 0,75 \cdot 11,934 \cdot \frac{2}{3} \cdot 11,934 + \\
 &+ \frac{1}{2} \cdot 24,5 \cdot \frac{(44 - 32,066 - 2^2)}{11,934} \cdot 0,75 \cdot \frac{2}{3} \cdot (44 - 32,066 - 2) + \\
 &+ \frac{1}{2 \cdot 11,934} \cdot 24,5 \cdot 30 \cdot (11,934^2 - 44^2 - 32,066^2 - 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 32,066 + \\
 &+ 2 \cdot 44 \cdot 2 - 2 \cdot 2 \cdot 32,066) \cdot (2 \cdot 44^2 + 2 \cdot 32,066^2 + 2 \cdot 11,934^2 + 2 \cdot 2^2 + \\
 &+ 2 \cdot 44 \cdot 11,934 - 2 \cdot 32,066 \cdot 11,934 - 2 \cdot 2 \cdot 11,934 - 4 \cdot 44 \cdot 32,066 - 4 \cdot 44 \cdot 2 + \\
 &+ 4 \cdot 2 \cdot 32,066) \frac{1}{3 \cdot (11,934 + 44 - 32,066 - 2)} + 24,5 \cdot 30 \cdot (44 - 32,066 - 11,934) \times \\
 &\times \frac{1}{2} \cdot (44 - 32,066 + 11,934) = 53584,035 \text{ кНсм.}
 \end{aligned}$$

Тоді:

$$W_{pl} = \frac{M_{pl}}{\sigma_T} = \frac{53584,035}{24,5} = 2187,104 \text{ см}^3; \quad f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{\min}} = \frac{2187,104}{1853,943} = 1,18.$$

За виразом (53) обчислюємо напруження на межі верхньої полиці зі стінкою:

$$\begin{aligned}\sigma_{ст,с} &= \sigma_T(h - y_0 - t_{f,в}) / c = 24,5(44 - 32,066 - 2) / 11,934 = \\ &= 20,394 \text{ кН/см}^2 < \sigma_T.\end{aligned}$$

З метою скорочення матеріалу опускаємо розрахунки для проміжних значень c , їх результати наведені в табл. 1.

Нехай $c = c_{\min} = 6,667$ см (межа **випадків 4 і 5**). Тоді, аналогічно до попереднього, послідовно обчислюємо: за (68) – коефіцієнти квадратного рівняння (67):

$$A_1 = 30 - 0,75 = 29,25;$$

$$A_2 = 2 \cdot (0,75 \cdot 6,667 + 44 \cdot 0,75 - 2 \cdot 0,75 - 44 \cdot 30 + 30 \cdot 2 + 30 \cdot 6,667) = -2047,0;$$

$$\begin{aligned}A_3 &= 2 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 6,667 - 2 \cdot 0,75 \cdot 2 \cdot 6,667 - 0,75 \cdot 6,667^2 - 44^2 \cdot 0,75 - 2^2 \cdot 0,75 + \\ &+ 2 \cdot 44 \cdot 2 \cdot 0,75 + 30 \cdot 44^2 + 30 \cdot 2^2 - 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 2 \cdot 30 \cdot 44 \cdot 6,667 + \\ &+ 30 \cdot 6,667^2 = 35810,328;\end{aligned}$$

за (69) – його корені: $y_{0,1} = 35,333$ см; $y_{0,2} = 34,65$ см.

Корінь $y_{0,2}$ є стороннім, оскільки $y_{0,2}$ його значення не задовольняє умові (73):

$$h - y_0 - t_{f,в} = 44 - 34,65 - 2 = 7,35 \neq c_{\min} = 6,667.$$

Остаточню приймаємо: $y_0 = y_{0,1} = y_{0,\max} = 35,333$ см.

Значення $c = c_{\min} = 6,667$ см, $y_0 = y_{0,1} = y_{0,\max} = 35,333$ см підставляємо у (71):

$$\begin{aligned}M_{pl} &= 24,5 \cdot 20 \cdot 2 \cdot (35,333 - \frac{2}{2}) + 24,5 \cdot 0,75 \cdot (35,333 - 2 - 6,667) \cdot \frac{1}{2} \times \\ &\times (35,333 - 2 + 6,667) + \frac{1}{2} \cdot 24,5 \cdot 0,75 \cdot 6,667 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6,667 + \\ &+ \frac{1}{2} \cdot 24,5 \cdot \frac{(44 - 35,333 - 2^2)}{6,667} \cdot 0,75 \cdot \frac{2}{3} \cdot (44 - 35,333 - 2) + \\ &+ \frac{1}{2 \cdot 6,667} \cdot 24,5 \cdot 30 \cdot (6,667^2 - 44^2 - 35,333^2 - 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 35,333 + 2 \cdot 44 \cdot 2 - \\ &- 2 \cdot 2 \cdot 35,333) \cdot (2 \cdot 44^2 + 2 \cdot 35,333^2 + 2 \cdot 6,667^2 + 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 6,667 -\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -2 \cdot 35,333 \cdot 6,667 - 2 \cdot 2 \cdot 6,667 - 4 \cdot 44 \cdot 35,333 - 4 \cdot 44 \cdot 2 + 4 \cdot 2 \cdot 35,333) \times \\
 & \times \frac{1}{3 \cdot (6,667 + 44 - 35,333 - 2)} + 24,5 \cdot 30 \cdot (44 - 35,333 - 6,667) \times \\
 & \times \frac{1}{2} \cdot (44 - 35,333 + 6,667) = 55261,109 \text{ кНсм}.
 \end{aligned}$$

Тоді:

$$W_{pl} = \frac{M_{pl}}{\sigma_T} = \frac{55261,109}{24,5} = 2255,555 \text{ см}^3; \quad f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{\min}} = \frac{2255,555}{1853,943} = 1,217.$$

За виразом (53) обчислюємо напруження на межі верхньої полиці зі стінкою:

$$\sigma_{m,c} = \sigma_T \cdot \frac{(h - y_0 - t_{f,\epsilon})}{c} = 24,5 \cdot \frac{(44 - 35,333 - 2)}{6,667} = 24,5 \text{ кН/см}^2 = \sigma_T.$$

Остання перевірка показала, що при $M_{pl} = 55261,109$ кНсм верхня полиця двотавра повністю перейшла в пластичний стан, тобто маємо межу між випадками 4 та 5.

Випадок 5: пружне ядро лише у межах стінки.

Межі можливих значень розміру c для **випадку 5** (рис. 6) наведені у (90) [10]:

$$c_{\max} = (h - y_{0,\min} - t_{f,\epsilon}) \geq c \geq c_{\min} = 0.$$

Оскільки вирази (85) та (84) для визначення розміру y_0 співпадають і не залежать від напіввисоти пружного ядра c , приймаємо значення $y_0 = 35,333$ см, обчислене на початку прикладу за виразом (84). Тоді за (90) знаходимо:

$$c_{\max} = h - y_0 - t_{f,\epsilon} = 44 - 35,333 - 2 = 6,667 \text{ см};$$

$$c_{\max} = 35,333 \text{ см} \geq c \geq c_{\min} = 0.$$

При $c = c_{\max} = 35,333$ см за виразом (87) обчислюємо:

$$\begin{aligned}
 M_{pl} &= \sigma_T \cdot \left[b_{f,H} \cdot t_{f,H} \cdot \left(y_0 - \frac{t_{f,H}}{2} \right) + b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon} \cdot \left(h - y_0 - \frac{t_{f,\epsilon}}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot t_w \times \right. \\
 & \times \left(h^2 + t_{f,\epsilon}^2 + t_{f,H}^2 \right) + t_w \left(y_0^2 + y_0 t_{f,\epsilon} - y_0 t_{f,H} - h y_0 - h t_{f,\epsilon} \right) - \frac{1}{3} t_w \cdot c^2 \left. \right] = \\
 & = 24,5 \cdot \left[20 \cdot 2 \cdot \left(35,333 - \frac{2}{2} \right) + 30 \cdot 2 \cdot \left(44 - 35,333 - \frac{2}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot (44^2 + \right.
 \end{aligned}$$

$$+2^2 + 2^2) + 0,75 \cdot (35,333^2 + 35,333 \cdot 2 - 35,333 \cdot 2 - 44 \cdot 35,333 - 44 \cdot 2) - \left. - \frac{1}{3} \cdot 0,75 \cdot 6,667^2 \right] = 55261,109 \text{ кНсм.}$$

Тоді:

$$W_{pl} = \frac{M_{pl}}{\sigma_T} = \frac{55261,109}{24,5} = 2255,555 \text{ см}^3; \quad f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{\min}} = \frac{2255,555}{1853,943} = 1,217.$$

При $c = c_{\min} = 0$, як було показано у теоретичній частині **випадку 5** [10], вираз (87) для обчислення M_{pl} переходить у вираз (92) для обчислення M_{\lim} . Оскільки значення M_{\lim} уже обчислено у початковій частині даного прикладу, то можеморазу записати для $c = c_{\min} = 0$:

$$M_{pl} = M_{\lim} = 55533,336 \text{ кНсм}; \quad W_{pl} = W_{\lim} = 2266,667 \text{ см}^3; \\ f_{pl} = f_{\max} = 1,223.$$

Більш повно результати обчислень даного прикладу наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Результати обчислень прикладу 1

| c_l/c , см | M_T , кНсм | M_{pl} , кНсм | M_{\lim} , кНсм | $W_{z,\min}$, см ³ | W_{pl} , см ³ | W_{\lim} , см ³ | f_{pl} |
|------------------|-----------------|--------------------|----------------------|-----------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|--------------|
| Випадок 1 | | | | | | | |
| - / - | 45421,6 | 45421,6 | 55533,34 | 1853,94 | 1853,94 | 2266,67 | 1,0 |
| Випадок 2 | | | | | | | |
| 25,231/- | 45421,6 | 45421,6 | 55533,34 | 1853,94 | 1853,94 | 2266,67 | 1,0 |
| 24,4/- | 45421,6 | 46768,93 | 55533,34 | 1853,94 | 1908,94 | 2266,67 | 1,03 |
| 23,538/- | 45421,6 | 47664,78 | 55533,34 | 1853,94 | 1945,50 | 2266,67 | 1,049 |
| Випадок 3 | | | | | | | |
| 23,538/- | 45421,6 | 47664,78 | 55533,34 | 1853,94 | 1945,50 | 2266,67 | 1,049 |
| 19,67/- | 45421,6 | 49801,71 | 55533,34 | 1853,94 | 2032,72 | 2266,67 | 1,096 |
| 15,80/- | 45421,6 | 51793,70 | 55533,34 | 1853,94 | 2114,03 | 2266,67 | 1,14 |
| 11,934/- | 45421,6 | 53584,04 | 55533,34 | 1853,94 | 2187,10 | 2266,67 | 1,18 |
| Випадок 4 | | | | | | | |
| -/11,934 | 45421,6 | 53584,04 | 55533,34 | 1853,94 | 2187,10 | 2266,67 | 1,18 |
| -/9,3 | 45421,6 | 54587,13 | 55533,34 | 1853,94 | 2228,04 | 2266,67 | 1,202 |
| -/6,667 | 45421,6 | 55261,11 | 55533,34 | 1853,94 | 2255,56 | 2266,67 | 1,217 |
| Випадок 5 | | | | | | | |
| -/6,667 | 45421,6 | 55261,11 | 55533,34 | 1853,94 | 2255,56 | 2266,67 | 1,217 |
| -/3,4 | 45421,6 | 55462,53 | 55533,34 | 1853,94 | 2263,78 | 2266,67 | 1,221 |
| -/0,0 | 45421,6 | 55533,34 | 55533,34 | 1853,94 | 2266,67 | 2266,67 | 1,223 |

Приклад 2

Нехай маємо **несиметричний** двотавр (рис. 1, ..., 7) з наступними розмірами поперечного перерізу: $b_{f,e} = 30$ см; $t_{f,e} = t_{f,n} = t_f = 2,0$ см; $h_w = 40$ см; $t_w = 0,75$ см; $h = 44$ см. Границя текучості: $\sigma_T = 24,5$ кН/см².

Для того, щоб у даному прикладі, замість **випадку 3**, був зреалізований **випадок 3 а** (випадок **мало асиметричного** двотавру), попередньо визначимо найменшу ширину нижньої полиці $b_{f,n}^*$, яка б забезпечила перехід від **випадку 2** (рис. 2) до **випадку 3 а** (рис. 7). Цю ширину знаходимо із розв'язування квадратного рівняння (50) [10]:

$$B_1 \cdot y_0^2 + B_2 \cdot y_0 + B_3 = 0.$$

За (51) обчислюємо коефіцієнти B_1, \dots, B_3 даного рівняння:

$$B_1 = 4 \cdot t_{f,n} \cdot (-3 \cdot t_{f,n} + 4 \cdot h) = 4 \cdot 2 \cdot (-3 \cdot 2 + 4 \cdot 44) = 1360,0;$$

$$B_2 = 8 \cdot (t_{f,n} \cdot b_{f,e} \cdot t_{f,e} + t_{f,n} \cdot h_w \cdot t_w + 2 \cdot b_{f,e} \cdot t_{f,e} \cdot h + 2 \cdot h \cdot h_w \cdot t_w - 4 \cdot h \cdot b_{f,e} \cdot t_{f,e} + 2 \cdot b_{f,e} \cdot t_{f,e}^2 - 2 \cdot t_w \cdot t_{f,e}^2 + 2 \cdot t_w \cdot t_{f,n}^2 - 2 \cdot t_w \cdot h^2 + 4 \cdot t_w \cdot h \cdot t_{f,e}) = 8 \cdot (2 \cdot 30 \cdot 2 + 2 \cdot 40 \cdot 0,75 + 2 \cdot 30 \cdot 2 \cdot 44 + 2 \cdot 44 \cdot 40 \cdot 0,75 - 4 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 + 2 \cdot 30 \cdot 2^2 - 2 \cdot 0,75 \cdot 2^2 + 2 \cdot 0,75 \cdot 2^2 - 2 \cdot 0,75 \cdot 44^2 + 4 \cdot 0,75 \cdot 44 \cdot 2) = -38880,0;$$

$$B_3 = 4 \cdot b_{f,e}^2 \cdot t_{f,e}^2 + 4 \cdot h_w^2 \cdot t_w^2 + 8 \cdot b_{f,e} \cdot t_{f,e} \cdot h_w \cdot t_w = 4 \cdot 30^2 \cdot 2^2 + 4 \cdot 40^2 \cdot 0,75^2 + 8 \cdot 30 \cdot 2 \cdot 40 \cdot 0,75 = 32400,0.$$

Корені рівняння обчислюємо за (52): $b_{f,n,1}^* = 27,73$ см, $b_{f,n,2}^* = 0,859$ см.

Другий корінь є, очевидно, стороннім, оскільки двотавр з такою шириною нижньої полиці не є **мало асиметричним**.

Тепер остаточно приймаємо **вихідні дані** для розрахунку даного прикладу (**прикладу 2**). Нехай маємо **несиметричний** двотавр (рис. 1, ..., 7) з наступними розмірами поперечного перерізу: $b_{f,e} = 30$ см; $b_{f,n} = 28$ см $> b_{f,n,1}^*$; $t_{f,e} = t_{f,n} = 2,0$ см; $h_w = 40$ см; $t_w = 0,75$ см; $h = 44$ см. Границя текучості: $\sigma_T = 24,5$ кН/см².

За виразами (84), (82), (3), (4), (5), (7) [10] знаходимо **граничні значення** величин y_0 , M_{lim} , що відповідають шарніру пластичності, а також величин y_1 , J_z , W_z^g , $W_z^h=W_{\text{min}}$, M_T (**ці вирази, а також наступні для усіх випадків, окрім випадку 3а, – див. приклад 1**):

$$y_0 = (30 \cdot 2 - 28 \cdot 2 + 0,75 \cdot (44 - 2 + 2)) / (2 \cdot 0,75) = 24,667 \text{ см};$$

$$M_{\text{lim}} = 24,5 \cdot (28 \cdot 2 \cdot (24,667 - \frac{2}{2}) + \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot (24,667 - 2)^2 + 30 \cdot 2 \cdot (44 - 24,667 - \frac{2}{2}) + \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot (44 - 24,667 - 2)^2) = 66901,336 \text{ кНсм};$$

$$y_1 = \frac{30 \cdot 2 \cdot (44 - \frac{2}{2}) + 28 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} + 0,75 \cdot 40 \cdot (\frac{40}{2} + 2)}{30 \cdot 2 + 28 \cdot 2 + 0,75 \cdot 40} = 22,575 \text{ см};$$

$$J_z = \frac{30 \cdot 2^3}{12} + 30 \cdot 2 \cdot (44 - 22,575 - \frac{2}{2})^2 + \frac{28 \cdot 2^3}{12} + 28 \cdot 2 \cdot (22,575 - \frac{2}{2})^2 + \frac{0,75 \cdot 40^3}{12} + 0,75 \cdot 40 \cdot (22,575 - 2 - \frac{40}{2})^2 = 55146,34 \text{ см}^4$$

$$W_z^g = \frac{55146,34}{(44 - 22,575)} = 2573,966 \text{ см}^3;$$

$$W_z^h = W_{\text{min}} = \frac{55146,34}{22,575} = 2442,769 \text{ см}^3;$$

$$M_T = \sigma_T \cdot W_{\text{min}} = 24,5 \cdot 2442,769 = 59847,836 \text{ кНсм}.$$

Також обчислюємо **граничні значення** величин:

$$W_{\text{lim}} = \frac{M_{\text{lim}}}{\sigma_T} = \frac{66901,336}{24,5} = 2730,667 \text{ см}^3; \quad f_{\text{max}} = \frac{W_{\text{lim}}}{W_{\text{min}}} = \frac{2730,667}{2442,769} = 1,118.$$

Випадок 1: максимальні нормальні напруження у крайніх волокнах нижньої полиці досягли границі текучості $\sigma_{\text{max},p} = \sigma_T$ (рис. 1)

За аналогією до прикладу 1, за умови пружної роботи маємо:

$$y_0 = y_1 = 22,575 \text{ см}.$$

За умови: $\sigma_{\max,p} = \sigma_T$ за виразом (28) [10] обчислюємо:

$$M = M_T = 24,5/(3 \cdot 27,25) \cdot \left\{ 28 \cdot 2 \cdot (3 \cdot 22,575^2 - 3 \cdot 22,575 \cdot 2 + 2^2) + \right. \\ \left. + \left[(22,575 - 2)^3 + (44 - 22,575 - 2)^3 \right] 0,75 + 30 \cdot 2(3 \cdot 44^2 - 6 \cdot 44 \cdot 22,575 - \right. \\ \left. - 3 \cdot 44 \cdot 2 + 3 \cdot 22,575^2 + 3 \cdot 22,575 \cdot 2 + 2^2) \right\} = 59847,836 \text{ кНсм.}$$

Випадок 2: пластичні деформації та відповідні їм напруження σ_T поширені на частині нижньої полиці; верхня полиця – у пружній стадії

Як і в попередньому прикладі, розмір c_1 (рис. 2) у **випадку 2** відповідно до (44) [10] змінюється у межах: $c_{1,\max} = y_0 \geq c_1 \geq c_{1,\min} = y_0 - t_{f,H}$.

Оскільки умова (41) [10]: $c_{1,\max} = y_0$ приводить нас до рівності $M_{pl} = M_T$ (див. вирази (28) та (42) [10]), тобто фактично до **випадку 1**, значення $c_{1,\max} = y_0$ обчислюємо з урахуванням, що для **випадку 1** отримано: $y_0 = y_1 = 22,575$ см: $c_{1,\max} = y_0 = 22,575$ см.

Розміру $c_{1,\min}$ відповідає взаємозв'язаний з ним розмір $y_0 = y_{0,\max}$, який обчислюємо за (46) [10]:

$$y_{0,\max} = \frac{2 \cdot 28 \cdot 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 30 \cdot 2^2 + (2^2 - 2^2 + 44^2 - 2 \cdot 44 \cdot 2) 0,75}{2 \cdot (30 \cdot 2 + 28 \cdot 2 + 40 \cdot 0,75)} = \\ = 2,959 \text{ см.}$$

Тоді $c_{1,\min} = y_0 - t_{f,H} = 22,959 - 2 = 20,959$ см.

Таким чином, маємо **межі** зміни взаємопов'язаних величин:

$$y_{0,\min} = 22,575 \leq y_0 \leq y_{0,\max} = 22,959 \text{ см;}$$
$$c_{1,\max} = 22,575 \geq c_1 \geq c_{1,\min} = 20,959 \text{ см.}$$

Задаючи можливі значення розміру c_1 , із розв'язку квадратного рівняння (35) [10] знаходимо відповідний розмір y_0 , а за виразом (40) [10] обчислюємо величину $M_{pl,i}$, відповідно, $W_{pl,i}$, $f_{pl,i}$.

Так, при $c_1 = c_{1,\max} = 22,575$ см (**межа випадків 2 і 1**) послідовно обчислюємо: за (36) [10] – коефіцієнти квадратного рівняння (35):

$$A_1 = 28; \quad A_2 = -2 \cdot (28 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + 22,575 \cdot 28 + 40 \cdot 0,75) = -1556,2;$$

$$A_3 = 22,575^2 \cdot 28 + 28 \cdot 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 30 \cdot 2^2 + \\ + (2^2 - 2^2 + 44^2 - 2 \cdot 44 \cdot 2) \cdot 0,75 = 20861,658;$$

за (37) – його корені: $y_{0,1} = 33,003$ см; $y_{0,2} = 22,575$ см.

Перший корінь є стороннім, оскільки $y_{0,1} > y_{0,\max} = 22,959$ см.

Таким чином, остаточно приймаємо для $c_1 = c_{1,\max} = 22,575$ см:

$$y_0 = y_{0,2} = 22,575 \text{ см.}$$

Підставляємо ці значення в (40) [10]:

$$M_{pl} = 24,5 / (3 \cdot 25,231) \cdot \left[3 / 2 \cdot 22,575 \cdot 28 \cdot (22,575^2 - 22,575^2) + \right. \\ + (22,575 - 22,575 + 2) \cdot 28 \cdot (22,575^2 + 22,575 \cdot 22,575 + 22,575^2 - \\ - 2 \cdot 22,575 \cdot 2 - 2 \cdot 22,575 + 2^2) + (22,575 - 2)^3 \cdot 0,75 + (44 - 22,575 - 2)^3 \times \\ \times 0,75 + 30 \cdot 2 \cdot (3 \cdot 44^2 - 6 \cdot 44 \cdot 22,575 - 3 \cdot 44 \cdot 2 + 3 \cdot 22,575^2 + \\ \left. + 3 \cdot 22,575 \cdot 2 + 2^2) \right] = 59847,836 \text{ кНсм} = M_T.$$

Тоді:

$$W_{pl} = M_{pl} / \sigma_T = 59847,836 / 24,5 = 2442,769 \text{ см}^3 = W_{\min};$$

$$f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{\min}} = \frac{2442,769}{2442,769} = 1,0 = f_{\max}.$$

За виразом (29) [10] обчислюємо максимальні напруження у верхній полиці:

$$\sigma_{\max,c} = \sigma_T \cdot (h - y_0) / c_1 = 24,5 \cdot (44 - 22,575) / 22,575 = \\ = 23,252 \text{ кН/см}^2 < \sigma_T = 24,5 \text{ кН/см}^2$$

– верхня полиця ще у пружній стадії.

Нехай $c_1 = c_{1,\min} = 20,959$ см (друга межа для випадку 2). За (36) обчислюємо коефіцієнти квадратного рівняння (35):

$$A_1 = 28; \quad A_2 = -2 \cdot (28 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + 20,959 \cdot 28 + 40 \cdot 0,75) = -1465,704;$$

$$A_3 = 20,959^2 \cdot 28 + 28 \cdot 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 30 \cdot 2^2 + \\ + (2^2 - 2^2 + 44^2 - 2 \cdot 44 \cdot 2) \cdot 0,75 = 18891,83;$$

за (37) – його корені: $y_{0,1} = 29,388$ см; $y_{0,2} = 22,959$ см.

Перший корінь є стороннім, оскільки $y_{0,1} > y_{0,\max} = 22,959$ см. Таким чином, остаточно приймаємо для $c_1 = 20,959$ см: $y_0 = y_{0,2} = 22,959$ см.

Підставляємо ці значення в (40):

$$M_{pl} = 24,5 \cdot (3 \cdot 20,959) \cdot \left[3/2 \cdot 20,959 \cdot 28 \cdot (22,959^2 - 20,959^2) + \right. \\ + (20,959 - 22,959 + 2) \cdot 28 \cdot (20,959^2 + 20,959 \cdot 22,959 + 22,959^2 - \\ - 2 \cdot 22,959 \cdot 2 - 2 \cdot 20,959 + 2^2) + (22,959 - 2)^3 \cdot 0,75 + \\ + (44 - 22,959 - 2)^3 \cdot 0,75 + 30 \cdot 2 \cdot (3 \cdot 44^2 - 6 \cdot 44 \cdot 22,959 - 3 \cdot 44 \cdot 2 + \\ \left. + 3 \cdot 22,959^2 + 3 \cdot 22,959 \cdot 2 + 2^2) \right] = 63029,309 \text{ кНсм.}$$

Тоді:

$$W_{pl} = \frac{M_{pl}}{\sigma_T} = \frac{63029,309}{24,5} = 2572,625 \text{ см}^3;$$

$$f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{\min}} = \frac{2572,625}{2442,769} = 1,053.$$

За виразом (29) обчислюємо максимальні напруження у верхній полиці:

$$\sigma_{\max,c} = \sigma_T \cdot (h - y_0) / c_1 = 24,5 \cdot (44 - 22,959) / 20,959 = \\ = 24,596 \text{ кН/см}^2 > \sigma_T = 24,5 \text{ кН/см}^2$$

– у верхній полиці маємо «перенапруження», що свідчить про те, що умова:

— $c_{1,\min} = y_0 - t_{f,h}$ ще не реалізується, як у верхній полиці починає розвиватися пластика, тобто настає **випадок 3 а**. Тому **межу випадків 2 і 3 а** шукаємо за умови (47): $\sigma_{\max,c} = \sigma_T$, тобто розмір $c_{1,\min}$ слід обчислити за виразом: $c_1 = h - y_{0,\max}$, що впливає із (29): $\sigma_{\max,c} = \sigma_T = \sigma_T \cdot (h - y_0) / c_1$, а відповідний розмір $y_0 = y_{0,\max}$ визначаємо із розв'язку квадратного рівняння (35): $A_1 \cdot y_0^2 + A_2 \cdot y_0 + A_3 = 0$,

— коефіцієнти якого мають наступні вирази (у роботі [10] їх вирази не приведені):

$$A_1 = 4b_{f,h} = 4 \cdot 28 = 112;$$

$$A_2 = -2 \cdot (b_{f,h} \cdot t_{f,h} + b_{f,\theta} \cdot t_{f,\theta} + 2h \cdot b_{f,h} + h_w \cdot t_w) = \\ = -2 \cdot (28 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + 2 \cdot 44 \cdot 28 + 40 \cdot 0,75) = -5220,0;$$

$$A_3 = h^2 \cdot b_{f,h} + b_{f,h} \cdot t_{f,h}^2 + 2h \cdot b_{f,\theta} \cdot t_{f,\theta} - b_{f,\theta} \cdot t_{f,\theta}^2 + \\ + (t_{f,\theta}^2 - t_{f,h}^2 + h^2 - 2ht_{f,\theta}) \cdot t_w = \\ = 44^2 \cdot 28 + 28 \cdot 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 30 \cdot 2^2 + \\ + (2^2 - 2^2 + 44^2 - 2 \cdot 44 \cdot 2) \cdot 0,75 = 60800.$$

Корені рівняння (35) знаходимо за (37): $y_{0,1} = 23,75$ см; $y_{0,2} = 22,857$ см.

Перший корінь є стороннім, оскільки $y_{0,1} > y_{0,\max} = 22,959$ см, де значення $y_{0,\max} = 22,959$ см отримано вище за виразом (46) [10]. Тоді:

$c_1 = c_{1,\min} = h - y_{0,\max} = 44 - 22,857 = 21,143$ см і **зкореговані нові межі** зміни взаємозв'язаних величин приймають остаточний вид:

$$y_{0,\min} = 22,575 \leq y_0 \leq y_{0,\max} = 22,857 \text{ см};$$

$$c_{1,\max} = 22,575 \geq c_1 \geq c_{1,\min} = 21,143 \text{ см}.$$

За виразом (29) перевіряємо граничне значення максимальних напружень у верхній полиці:

$$\sigma_{\max,c} = \sigma_T \cdot (h - y_0) / c_1 = 24,5 \cdot (44 - 22,857) / 21,143 = 24,5 \text{ кН/см}^2 = \sigma_T$$

– умова (47) виконується, тобто верхня полиця перебуває на межі пружної роботи та початку розвитку пластичних деформацій.

За третім виразом (29) перевіряємо напруження на межі нижньої полиці із стінкою:

$$\begin{aligned}\sigma_{ct,p} &= \sigma_T \cdot (y_0 - t_{f,n}) / c_1 = 24,5 \cdot (22,857 - 2) / 21,143 = \\ &= 24,169 \text{кН/см}^2 < \sigma_T = 24,5 \text{кН/см}^2\end{aligned}$$

– верхня частина нижньої полиці ще перебуває у пружній стадії.

Таким чином, при $y_{0,\max} = 22,857$ см і $c_{1,\min} = 21,143$ см **випадок 2** має межу не з **випадком 3**, як у прикладі 1, а з **випадком 3 а**.

Підставляємо значення $y_{0,\max} = 22,857$ см і $c_{1,\min} = 21,143$ см в (40):

$$\begin{aligned}M_{pl} &= 24,5 / (3 \cdot 21,143) \cdot \left[3 / 2 \cdot 21,143 \cdot 28 \cdot (22,857^2 - 21,143^2) + \right. \\ &+ (21,143 - 22,857 + 2) \cdot 28 \cdot (21,143^2 + 21,143 \cdot 22,857 + 22,857^2 - \\ &- 2 \cdot 22,857 \cdot 2 - 2 \cdot 21,143 + 2^2) + (22,857 - 2)^3 \cdot 0,75 + \\ &+ (44 - 22,857 - 2)^3 \cdot 0,75 + 30 \cdot 2(3 \cdot 44^2 - 6 \cdot 44 \cdot 22,857 - 3 \cdot 44 \cdot 2 + \\ &\left. + 3 \cdot 22,857^2 + 3 \cdot 22,857 \cdot 2 + 2^2) \right] = 62853,6 \text{кНсм}.\end{aligned}$$

$$\text{Тоді: } W_{pl} = \frac{M_{pl}}{\sigma_T} = \frac{62853,6}{24,5} = 2565,45 \text{ см}^3; \quad f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{\min}} = \frac{2565,45}{2442,769} = 1,05.$$

Випадок 3 а: пластичні деформації та відповідні їм напруження σ_T мають місце лише у частинах полиць (рис. 7)

Перехід від **випадку 2** до **випадку 3 а** (перша межа) настає за умови (47) у вигляді (100): $c_{\max} = h - y_{0,\min}$, що безпосередньо впливає із рис. 2, 7.

Значення $y = y_{0,\min}$ знаходимо із квадратного рівняння (101):

$$A_1 y_0^2 + A_2 y_0 + A_3 = 0, \text{ коефіцієнти якого мають вид (102):}$$

$$A_1 = -4b_{f,n} = -4 \cdot 28 = -112;$$

$$\begin{aligned}A_2 &= 2(b_{f,v} \cdot t_{f,v} + b_{f,n} \cdot t_{f,n} + t_w \cdot h_w + 2b_{f,n} \cdot h) = \\ &= 2(30 \cdot 2 + 28 \cdot 2 + 0,75 \cdot 40 + 2 \cdot 28 \cdot 44) = 5220;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_3 &= b_{f,\epsilon} t_{f,\epsilon}^2 - b_{f,h} \cdot t_{f,h}^2 - b_{f,h} \cdot h^2 - t_w \cdot h^2 + t_w \cdot t_{f,h}^2 - t_w \cdot t_{f,\epsilon}^2 - \\ &- 2h \cdot b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon} + 2h \cdot t_{f,\epsilon} \cdot t_w = \\ &= 30 \cdot 2^2 - 28 \cdot 2^2 - 28 \cdot 44^2 - 0,75 \cdot 44^2 + 0,75 \cdot 2^2 - 0,75 \cdot 2^2 - \\ &- 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 + 2 \cdot 44 \cdot 2 \cdot 0,75 = -60800. \end{aligned}$$

Тоді за (103) [9]: $y_{0,1} = 22,857$ см; $y_{0,2} = 23,75$ см.

Другий корінь є стороннім, оскільки $y_{0,2} > y_{0,\max} = 22,857$ см, де значення $y_{0,\max} = 22,857$ см отримано у **випадку 2** на **межі** з **випадком 3а**. Таким чином, остаточно приймаємо для $c = c_{\min}$ відповідне значення $y_{0,\min} = y_{0,1} = 22,857$ см.

Тоді за (100): $c_{\max} = h - y_{0,\min} = 44 - 22,857 = 21,143$ см.

При цьому, контролюємо умову (рис. 7):

$$y_{0,\min} = 22,857 \text{ см} > c_{\max} = 21,143 \text{ см} > y_{0,\min} - t_{f,h} = 22,857 - 2 = 20,857 \text{ см},$$

тобто пластика ще в нижній полиці.

Для стороннього кореня $y_{0,2} = 23,75$ см маємо:

$$c_{\max} = h - y_{0,2} = 44 - 23,75 = 20,25 \text{ см},$$

при цьому контрольна умова не виконується:

$$y_{0,2} = 23,75 \text{ см} > c_{\max} = 20,25 \text{ см}, \text{ але}$$

$$c_{\max} = 20,25 \text{ см} < y_{0,2} - t_{f,h} = 23,75 - 2 = 21,75 \text{ см}.$$

Остання нерівність вказує на те, що пластика уже в нижній частині стінки, а це суперечить **випадку 3а**.

Як бачимо, значення c_{\max} та $y_{0,\min}$ співпали з аналогічними у **випадку 2** на **межі випадків 2 і 3а** і, зрозуміло, забезпечують виконання пограничної умови (47).

При цьому, напруження у стінці на межі зі стиснутою та розтягнутою полицями, які обчислюємо за виразами (94), маємо наступні:

$$\sigma_{ст,с} = \sigma_T \cdot \frac{((h - y_{0,\min}) - t_{f,с})}{c_{\max}} = 24,5 \cdot \frac{(44 - 22,857 - 2)}{21,143} =$$

$$= 22,182 \text{кН/см}^2 < \sigma_T = 24,5 \text{кН/см}^2;$$

$$\sigma_{ст,р} = \sigma_T \cdot (y_{0,\min} - t_{f,н}) / c_{\max} = 24,5 \cdot (22,857 - 2) / 21,143 =$$

$$-24,17 \text{кН/см}^2 < \sigma_T = 24,5 \text{кН/см}^2$$

– працюють у пружній стадії.

Перехід від **випадку 3 а** до **випадку 4**, як це впливає безпосередньо із рис. 4, 7, настає за наступної умови (104) [10]: $c_{\min} = y_{0,\max} - t_{f,н}$. При цьому, $c_{\min} > h - y_{0,\max} - t_{f,с}$.

Підставивши (104) у (94), на межі нижньої полиці із стінкою отримуємо: $\sigma_{ст,р} = \sigma_T$, що, відповідно до рис. 4, 7, є умовою границі для **випадків 3а і 4**. Розмір $y_0 = y_{0,\max}$ знаходимо із розв'язку (108) квадратного рівняння (106): $A_1 \cdot y_0^2 + A_2 \cdot y_0 + A_3 = 0$, коефіцієнтами якого є вирази (107):

$$A_1 = 4 \cdot b_{f,с} = 4 \cdot 30 = 120;$$

$$A_2 = 2 \cdot (b_{f,с} \cdot t_{f,с} + b_{f,н} \cdot t_{f,н} + t_w \cdot h_w - 2 \cdot b_{f,с} \cdot h - 2 \cdot b_{f,с} \cdot t_{f,н}) =$$

$$= 2 \cdot (30 \cdot 2 + 28 \cdot 2 + 0,75 \cdot 40 - 2 \cdot 30 \cdot 44 - 2 \cdot 30 \cdot 2) = -5228;$$

$$A_3 = b_{f,с} \cdot (t_{f,с}^2 + t_{f,н}^2 + h^2 - 2 \cdot t_{f,с} \cdot h + 2 \cdot t_{f,н} \cdot h) - 2 \cdot b_{f,н} \cdot t_{f,н}^2 +$$

$$+ t_w \cdot (2 \cdot h \cdot t_{f,с} - h^2 + t_{f,н}^2 - t_{f,с}^2) =$$

$$= 30 \cdot (2^2 + 2^2 + 44^2 - 2 \cdot 2 \cdot 44 + 2 \cdot 2 \cdot 44) - 2 \cdot 28 \cdot 2^2 +$$

$$+ 0,75 \cdot (2 \cdot 44 \cdot 2 - 44^2 + 2^2 - 2^2) = 58320 - 224 - 1320 = 56776.$$

Тоді $y_{0,1} = 20,608$ см; $y_{0,2} = 22,958$ см і, відповідно до умови: $c_{\min} = y_{0,\max} - t_{f,н}$, обчислюємо:

$$c_{\min,1} = y_{0,1} - t_{f,н} = 20,608 - 2 = 18,608 \text{ см};$$

$$c_{\min,2} = y_{0,2} - t_{f,н} = 22,958 - 2 = 20,958 \text{ см}.$$

Для того, щоб визначити сторонній корінь, перевіряємо умову (рис. 7)

$$c_{\min} > h - y_{0,\max} - t_{f,\varepsilon} :$$

- $c_{\min,1} = 18,608 < h - y_{0,1} - t_{f,\varepsilon} = 44 - 20,608 - 2 = 21,392$ см – пластика у верхній частині стінки, що суперечить **випадку 3 а**;
- $c_{\min,2} = 20,958 > h - y_{0,2} - t_{f,\varepsilon} = 44 - 22,958 - 2 = 19,042$ см – пластика в межах верхньої полиці.

Таким чином, стороннім є корінь $y_{0,1}$. Тоді на **межі з випадком 4** маємо: $y_{0,\max} = 22,958$ см; $c_{\min} = 20,958$ см. При цьому, напруження у стінці на межі із стиснутою та розтягнутою полицями, які обчислюємо за виразами (94), маємо наступні:

$$\sigma_{ст,с} = \sigma_T \cdot \frac{((h - y_{0,\max}) - t_{f,\varepsilon})}{c_{\min}} = 24,5 \cdot \frac{(44 - 22,958 - 2)}{20,958} =$$

$$= 22,26 \text{ кН/см}^2 < \sigma_T = 24,5 \text{ кН/см}^2;$$

$$\sigma_{ст,р} = \sigma_T \cdot (y_{0,\max} - t_{f,н}) / c_{\min} = 24,5 \cdot (22,958 - 2) / 20,958 =$$

$$= 24,5 \text{ кН/см}^2 = \sigma_T$$

– верхня полиця працює у пружній стадії, а нижня – вся у пластичній.

Задаючи можливі значення розміру c , із розв'язку квадратного рівняння (95) [10] знаходимо відповідний розмір y_0 , а за виразом (99) обчислюємо величину M_{pl} .

Так, при $c = c_{\max} = 21,143$ см (**межа випадків 3 а і 2**) послідовно обчислюємо:

за (96) – коефіцієнти квадратного рівняння (95):

$$A_1 \cdot y_0^2 + A_2 \cdot y_0 + A_3 = 0 ;$$

$$A_1 = -\frac{1}{2c} \cdot (b_{f,н} - b_{f,\varepsilon}) = -\frac{1}{2 \cdot 21,143} \cdot (28 - 30) = 0,047 ;$$

$$A_2 = \frac{1}{c} \cdot [(b_{f,н} - t_w) \cdot t_{f,н} - (b_{f,\varepsilon} - t_w) \cdot (h - t_{f,\varepsilon})] + b_{f,н} + b_{f,\varepsilon} =$$

$$= \frac{1}{21,143} \cdot [(28 - 0,75) \cdot 2 - (30 - 0,75) \cdot (44 - 2)] + 28 + 30 = 2,473;$$

$$A_3 = -\frac{1}{2} \cdot (b_{f,h} - b_{f,g}) \cdot c - \frac{1}{2c} \cdot \left[(b_{f,h} - t_w) \cdot t_{f,h}^2 - (b_{f,g} - t_w) \cdot (h - t_{f,g})^2 \right] -$$

$$- b_{f,g} \cdot h = -\frac{1}{2} (28 - 30) \cdot 21,143 - \frac{1}{2 \cdot 21,143} \times$$

$$\times \left[(28 - 0,75) \cdot 2^2 - (30 - 0,75) \cdot (44 - 2)^2 \right] - 30 \cdot 44 = -81,243;$$

за (97) – його корені: $y_{0,1} = -75,151$ см; $y_{0,2} = 22,857$ см.

Розмір $y_{0,2} = 22,857$ см відповідає **межі випадків 3 а і 2**.

Значення $c = c_{\max} = 21,143$ см, $y_0 = y_{0,2} = y_{0,\min} = 22,857$ см підставляємо у (99) (у роботі [10] у цьому виразі є **помилки!**):

$$M_{pl} = \sigma_T \cdot b_{f,h} \cdot (y_0 - c) \cdot \frac{1}{2} \cdot (y_0 + c) + \frac{1}{2} \cdot \left[\sigma_T + \sigma_T \cdot \frac{(y_0 - t_{f,h})}{c} \right] \times$$

$$\times \left[c - (y_0 - t_{f,h}) \right] \cdot b_{f,h} \left[(y_0 - t_{f,h}) + \frac{1}{3} \cdot \left(1 + \frac{c}{c + (y_0 - t_{f,h})} \right) \cdot (c - y_0 + t_{f,h}) \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot \left[\sigma_T \cdot \frac{(y_0 - t_{f,h})}{c} \right] \cdot (y_0 - t_{f,h}) \cdot t_w \cdot \frac{2}{3} \cdot (y_0 - t_{f,h}) +$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot \left[\sigma_T \cdot \frac{((h - y_0) - t_{f,g})}{c} \right] \cdot [(h - y_0) - t_{f,g}] \cdot t_w \cdot \frac{2}{3} \cdot (h - y_0 - t_{f,g}) +$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot \left[\sigma_T + \sigma_T \cdot \frac{((h - y_0) - t_{f,g})}{c} \right] \cdot [c - ((h - y_0) - t_{f,g})] \cdot b_{f,g} \times$$

$$\times \left[(h - y_0 - t_{f,g}) + \frac{1}{3} \cdot \left[1 + \frac{c}{(c + h - y_0 - t_{f,g})} \right] \cdot (c - h + y_0 + t_{f,g}) \right] +$$

$$+ \sigma_T \cdot b_{f,g} \cdot (h - y_0 - c) \cdot \frac{1}{2} \cdot (h - y_0 + c) =$$

$$= 24,5 \cdot 28 \cdot (22,857 - 21,143) \cdot \frac{1}{2} \cdot (22,857 + 21,143) +$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot \left[24,5 + 24,5 \cdot \frac{(22,857 - 2)}{21,143} \right] \times [21,143 - (22,857 - 2)] \cdot 28 \times$$

$$\times \left[(22,857 - 2) + \frac{1}{3} \cdot \left(1 + \frac{21,143}{21,143 + (22,857 - 2)} \right) \cdot (21,143 - 22,857 + 2) \right] +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} \cdot \left[24,5 \cdot \frac{(22,857 - 2)}{21,143} \right] \cdot (22,857 - 2) \cdot 0,75 \cdot \frac{2}{3} \cdot (22,857 - 2) + \\
 & + \frac{1}{2} \cdot \left[24,5 \cdot \frac{((44 - 22,857) - 2)}{21,143} \right] \cdot [(44 - 22,857) - 2] \cdot 0,75 \cdot \frac{2}{3} \times \\
 & \times (44 - 22,857 - 2) + \frac{1}{2} \cdot \left[24,5 + 24,5 \cdot \frac{((44 - 22,857) - 2)}{21,143} \right] \times \\
 & \times [21,143 - ((44 - 22,857) - 2)] \cdot 30 \cdot \left[(44 - 22,857 - 2) + \frac{1}{3} \times \right. \\
 & \left. \times \left[1 + \frac{21,143}{(21,143 + 44 - 22,857 - 2)} \right] (21,143 - 44 + 22,857 + 2) \right] + \\
 & + 24,5 \cdot 30(44 - 22,857 - 21,143) \cdot \frac{1}{2} (44 - 22,857 + 21,143) = 62853,6 \text{ кНсм}.
 \end{aligned}$$

Тоді: $W_{pl} = \frac{M_{pl}}{\sigma_T} = \frac{62853,6}{24,5} = 2565,56 \text{ см}^3$; $f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{\min}} = \frac{2565,56}{2442,769} = 1,05$.

Аналогічно попередньому, при $c = c_{\min} = 20,958 \text{ см}$ (**межа випадків 3 а і 4**) маємо корені квадратного рівняння (95): $y_{0,1} = -64,52 \text{ см}$; $y_{0,2} = 22,958 \text{ см}$.

Розмір $y_{0,2} = 22,958 \text{ см}$ відповідає **межі випадків 3 а і 4**.

Підставивши значення $c = c_{\min} = 20,958 \text{ см}$, $y_0 = y_{0,2} = y_{0,\max} = 22,958 \text{ см}$ у (99), отримаємо: $M_{pl} = 63029,43,56 \text{ кНсм}$.

Тоді:

$$W_{pl} = \frac{M_{pl}}{\sigma_T} = \frac{63029,44}{24,5} = 2572,63 \text{ см}^3; \quad f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{\min}} = \frac{2572,63}{2442,769} = 1,053.$$

Випадок 4: пластичні деформації у нижній полиці та нижній частині стінки, а також частково у верхній полиці

Особливістю **випадку 4**, коли замість **випадку 3** маємо **випадок 3 а**, є те, що межа для c_{\max} у **випадку 4** (рис. 4) з попереднім не описується виразами (72), (74) [10], оскільки верхня полиця відповідно до **випадку 3 а** уже частково має пластичні деформації. Тому значення розміру c_{\max}

приймаємо рівним значенню c_{\min} , знайденим для **випадку 3 а**:
 $c_{\max} = 20,958$ см. Відповідне йому значення $y_{0,\min}$ знайдемо із розв'язку
квадратного рівняння (67): $A_1 \cdot y_0^2 + A_2 \cdot y_0 + A_3 = 0$, коефіцієнти якого
обчислюємо за (68):

$$A_1 = b_{f,\epsilon} - t_w = 30 - 0,75 = 29,25;$$

$$\begin{aligned} A_2 &= 2 \cdot (t_w \cdot c + h \cdot t_w - t_{f,\epsilon} \cdot t_w - h \cdot b_{f,\epsilon} + b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon} + b_{f,\epsilon} \cdot c) = \\ &= 2(0,75 \cdot 20,958 + 44 \cdot 0,75 - 2 \cdot 0,75 - 44 \cdot 30 + 30 \cdot 2 + 30 \cdot 20,958) = \\ &= -1168,083; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_3 &= 2b_{f,h} \cdot t_{f,h} \cdot c - 2t_w \cdot t_{f,h} \cdot c - t_w \cdot c^2 - h^2 \cdot t_w - t_{f,\epsilon}^2 \cdot t_w + \\ &+ 2ht_{f,\epsilon} \cdot t_w + b_{f,\epsilon} \cdot h^2 + b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon}^2 - 2hb_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon} - 2b_{f,\epsilon} \cdot hc + b_{f,\epsilon} \cdot c^2 = \\ &= 2 \cdot 28 \cdot 2 \cdot 20,958 - 2 \cdot 0,75 \cdot 2 \cdot 20,958 - 0,75 \cdot 20,958^2 - 44^2 \cdot 0,75 - \\ &- 2^2 \cdot 0,75 + 2 \cdot 44 \cdot 2 \cdot 0,75 + 30 \cdot 44^2 + 30 \cdot 2^2 - 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - \\ &- 2 \cdot 30 \cdot 44 \cdot 20,958 + 30 \cdot 20,958^2 = 11400,01; \end{aligned}$$

а його корені за (69): $y_{0,1} = 16,98$ см; $y_{0,2} = 22,958$ см.

Корінь $y_{0,1}$ є стороннім, оскільки $y_{0,1} < y_{0,\max} = 22,958$ см – див.
випадок 3 а.

Остаточню приймаємо: $y_{0,2} = y_{0,\min} = 22,958$ см, що співпав з $y_{0,\max}$ для
випадку 3 а.

Для знаходження граничного розміру c_{\min} за виразом (73), із рішення
квадратного рівняння (67) визначимо відповідний граничний розмір
 $y_{0,\max}$. Обчислюємо коефіцієнти рівняння (67) за виразами (76):

$$A_1 = 4 \cdot t_w = 4 \cdot 0,75 = 3;$$

$$\begin{aligned} A_2 &= -2 \cdot (3h \cdot t_w - 3t_w \cdot t_{f,\epsilon} + t_w \cdot t_{f,h} - b_{f,h} \cdot t_{f,h} + b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon}) = \\ &= -2 \cdot (3 \cdot 44 \cdot 0,75 - 3 \cdot 0,75 \cdot 2 + 0,75 \cdot 2 - 28 \cdot 2 + 30 \cdot 2) = -200,0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_3 &= -2b_{f,h} \cdot t_{f,h} \cdot h + 2b_{f,h} \cdot t_{f,h} \cdot t_{f,\epsilon} + 2t_w \cdot t_{f,h} \cdot h - 2t_w \cdot t_{f,h} \cdot t_{f,\epsilon} + \\ &+ 2h^2 \cdot t_w - 2b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon}^2 + 2t_{f,\epsilon}^2 t_w - 4ht_{f,\epsilon} t_w + 2hb_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon} = \end{aligned}$$

$$= -2 \cdot 28 \cdot 2 \cdot 44 + 2 \cdot 28 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 0,75 \cdot 2 \cdot 44 - 2 \cdot 0,75 \cdot 2 \cdot 2 + \\ + 2 \cdot 44^2 \cdot 0,75 - 2 \cdot 30 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^2 \cdot 0,75 - 4 \cdot 44 \cdot 2 \cdot 0,75 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 = 3108,0.$$

За (69) маємо корені рівняння (67): $y_{0,1} = 42,0$ см; $y_{0,2} = 24,667$ см.

Корінь $y_{0,1}$ є стороннім, оскільки $y_{0,1} = 42,0 > y_0 = 24,667$ см, де остання величина обчислена на початку даного прикладу за виразом (84) за умови повного вичерпання заданим перерізом несучої здатності. Корінь $y_{0,2}$ співпадає з величиною $y_0 = 24,667$ см, що фіксує положення нейтральної осі $z_I - z_I$ або за умови поширення пластичних деформацій на весь переріз (рис. 5), або у настанні **випадку 5**, включаючи межу **випадків 4 і 5** (див. вираз (85)).

За (73) обчислюємо відповідне граничне значення c_{\min} :

$$c_{\min} = h - y_{0,\max} - t_{f,g} = 44 - 24,667 - 2 = 17,333 \text{ см.}$$

Оскільки відповідно до рис. 5 при $y_0 = 24,667$ см пружне ядро має бути відсутнім $c = 0$, то корінь $y_{0,2}$ у даному **випадку 4** відповідає значенню $y_{0,2} = y_{0,\max} = 24,667$ см з відповідною напіввисотою пружного ядра $c_{\min} = 17,333$ см.

Таким чином, маємо межі зміни взаємопов'язаних величин:

$$y_{0,\min} = 22,958 \leq y_0 \leq y_{0,\max} = 24,667 \text{ см;}$$

$$c_{\max} = 20,958 \geq c \geq c_{\min} = 17,333 \text{ см.}$$

Задаючи можливі значення розміру c , із розв'язку квадратного рівняння (67) знаходимо відповідний розмір y_0 , а за виразом (71) обчислюємо величину M_{pl} і далі W_{pl} , f_{pl} .

Так, при $c = c_{\max} = 20,958$ см; $y_0 = y_{0,\min} = 22,958$ см (межа **випадків 4 і 3 а**) за (71) обчислюємо:

$$M_{pl} = \sigma_T \cdot b_{f,h} \cdot t_{f,h} \cdot (y_0 - \frac{t_{f,h}}{2}) + \sigma_T \cdot t_w \cdot (y_0 - t_{f,h} - c) \cdot \frac{1}{2} \cdot (y_0 - t_{f,h} + c) + \\ + \frac{1}{2} \cdot \sigma_T \cdot t_w \cdot c \cdot \frac{2}{3} \cdot c + \frac{1}{2} \cdot \sigma_T \cdot \frac{(h - y_0 - t_{f,g})^2}{c} \cdot t_w \cdot \frac{2}{3} \cdot (h - y_0 - t_{f,g}) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2c} \cdot \sigma_T \cdot b_{f,\epsilon} \cdot (c^2 - h^2 - y_0^2 - t_{f,\epsilon}^2 + 2h \cdot y_0 + 2h \cdot t_{f,\epsilon} - 2t_{f,\epsilon} \cdot y_0) \times \\
 & \times \frac{(2h^2 + 2y_0^2 + 2c^2 + 2t_{f,\epsilon}^2 + 2hc - 2y_0c - 2t_{f,\epsilon}c - 4hy_0 - 4ht_{f,\epsilon} + 4t_{f,\epsilon}y_0)}{3(c + h - y_0 - t_{f,\epsilon})} + \\
 & + \sigma_T \cdot b_{f,\epsilon} \cdot (h - y_0 - c) \cdot \frac{1}{2} \cdot (h - y_0 + c) = \\
 & = 24,5 \cdot 28 \cdot 2 \cdot (22,958 - \frac{2}{2}) + 24,5 \cdot 0,75 \cdot (22,958 - 2 - 20,958) \cdot \frac{1}{2} \times \\
 & \times (22,958 - 2 + 20,958) + \frac{1}{2} \cdot 24,5 \cdot 0,75 \cdot 20,958 \cdot \frac{2}{3} \cdot 20,958 + \\
 & + \frac{1}{2} \cdot 24,5 \cdot \frac{(44 - 22,958 - 2)^2}{20,958} \cdot 0,75 \cdot \frac{2}{3} \cdot (44 - 22,958 - 2) + \\
 & + \frac{1}{2 \cdot 20,958} \cdot 24,5 \cdot 30 \cdot (20,958^2 - 44^2 - 22,958^2 - 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 20,958 + 2 \cdot 44 \cdot 2 - \\
 & - 2 \cdot 2 \cdot 20,958) \cdot (2 \cdot 44^2 + 2 \cdot 22,958^2 + 2 \cdot 20,958^2 + 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 20,958 - \\
 & - 2 \cdot 22,958 \cdot 20,958 - 2 \cdot 2 \cdot 20,958 - 4 \cdot 44 \cdot 22,958 - 4 \cdot 44 \cdot 2 + 4 \cdot 2 \cdot 22,958) \cdot \\
 & \cdot \frac{1}{3 \cdot (20,958 + 44 - 22,958 - 2)} + \\
 & + 24,5 \cdot 30 \cdot (44 - 22,958 - 20,958) \cdot \frac{1}{2} \cdot (44 - 22,958 + 20,958) = 63029,4 \text{ кНсм}
 \end{aligned}$$

– співпало з **випадком 3 а** на **межі випадків 4 і 3 а**.

За виразом (53) обчислюємо напруження на межі верхньої полиці зі стінкою:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{cm,c} & = \sigma_T \cdot (h - y_0 - t_{f,\epsilon}) / c = 24,5 \cdot (44 - 22,958 - 2) / 20,958 = \\
 & = 22,26 \text{ кН/см}^2 < \sigma_T.
 \end{aligned}$$

Нехай $c = c_{\min} = 17,333$ см (межа **випадків 4 і 5**). Тоді послідовно обчислюємо:

за (68) – коефіцієнти квадратного рівняння (67):

$$A_1 = b_{f,\epsilon} - t_w = 30 - 0,75 = 29,25 ;$$

$$A_2 = 2 \cdot (t_w \cdot c + h \cdot t_w - t_{f,\epsilon} \cdot t_w - h \cdot b_{f,\epsilon} + b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon} + b_{f,\epsilon} \cdot c) =$$

$$= 2(0,75 \cdot 17,333 + 44 \cdot 0,75 - 2 \cdot 0,75 - 44 \cdot 30 + 30 \cdot 2 + 30 \cdot 17,333) = -1391,02;$$

$$A_3 = 2b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon} \cdot c - 2t_w \cdot t_{f,\epsilon} \cdot c - t_w \cdot c^2 - h^2 \cdot t_w - t_{f,\epsilon}^2 \cdot t_w + 2ht_{f,\epsilon} \cdot t_w +$$

$$+ b_{f,\epsilon} \cdot h^2 + b_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon}^2 - 2hb_{f,\epsilon} \cdot t_{f,\epsilon} - 2b_{f,\epsilon} \cdot hc + b_{f,\epsilon} \cdot c^2 =$$

$$= 2 \cdot 28 \cdot 2 \cdot 17,333 - 2 \cdot 0,75 \cdot 2 \cdot 17,333 - 0,75 \cdot 17,333^2 - 44^2 \cdot 0,75 -$$

$$2^2 \cdot 0,75 + 2 \cdot 44 \cdot 2 \cdot 0,75 + 30 \cdot 44^2 + 30 \cdot 2^2 - 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 -$$

$$- 2 \cdot 30 \cdot 44 \cdot 17,333 + 30 \cdot 17,333^2 = 16514,84;$$

за (69) – його корені: $y_{0,1} = 24,667$ см; $y_{0,2} = 22,89$ см.

Корінь $y_{0,2}$ є стороннім, оскільки він не задовольняє умові (73):

$$h - y_{0,2} - t_{f,\epsilon} = 44 - 22,89 - 2 = 19,11 \neq c_{\min} = 17,333.$$

Остаточно приймаємо: $y_0 = y_{0,1} = y_{0,\max} = 24,667$ см.

Значення $c = c_{\min} = 17,333$ см, $y_0 = y_{0,1} = y_{0,\max} = 24,667$ см підставляємо у (71):

$$M_{pl} = 24,5 \cdot 28 \cdot 2 \cdot (24,667 - \frac{2}{2}) + 24,5 \cdot 0,75 \cdot (24,667 - 2 - 17,333) \cdot \frac{1}{2} \times$$

$$\times (24,667 - 2 + 17,333) + \frac{1}{2} \cdot 24,5 \cdot 0,75 \cdot 17,333 \cdot \frac{2}{3} \cdot 17,333 +$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot 24,5 \cdot \frac{(44 - 24,667 - 2)^2}{17,333} \cdot 0,75 \cdot \frac{2}{3} \cdot (44 - 24,667 - 2) +$$

$$+ \frac{1}{2 \cdot 17,333} \cdot 24,5 \cdot 30 \cdot (17,333^2 - 44^2 - 24,667^2 - 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 24,667 + 2 \cdot 44 \cdot 2 -$$

$$- 2 \cdot 2 \cdot 24,667) \cdot (2 \cdot 44^2 + 2 \cdot 24,667^2 + 2 \cdot 17,333^2 + 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 17,333 -$$

$$- 2 \cdot 24,667 \cdot 17,333 - 2 \cdot 2 \cdot 17,333 - 4 \cdot 44 \cdot 24,667 - 4 \cdot 44 \cdot 2 + 4 \cdot 2 \cdot 24,667) \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{3 \cdot (17,333 + 44 - 24,667 - 2)} +$$

$$+ 24,5 \cdot 30 \cdot (44 - 24,667 - 17,333) \cdot \frac{1}{2} \cdot (44 - 24,667 + 17,333) = 65061,18 \text{ кНсм.}$$

Тоді:

$$W_{pl} = \frac{M_{pl}}{\sigma_T} = \frac{65061,18}{24,5} = 2655,558 \text{ см}^3; f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{\min}} = \frac{2655,558}{2442,769} = 1,087.$$

За виразом (53) обчислюємо напруження на межі верхньої полиці зі стінкою:

$$\begin{aligned} \sigma_{cm,c} &= \sigma_T \cdot (h - y_0 - t_{f,e}) / c = 24,5 \cdot (44 - 24,667 - 2) / 17,333 = \\ &= 24,5 \text{ кН/см}^2 = \sigma_T. \end{aligned}$$

Остання перевірка показала, що при $M_{pl} = 65061,18$ кНсм верхня полиця двотавра повністю перейшла в пластичний стан, тобто маємо межу між випадками 4 та 5.

Випадок 5: пружне ядро лише у межах стінки

Межі можливих значень розміру c для випадку 5 (рис. 6) наведені у (90) [10]:

$$c_{\max} = (h - y_{0,\min} - t_{f,e}) \geq c \geq c_{\min} = 0.$$

Оскільки вирази (85) та (84) [10] для визначення розміру y_0 співпадають і не залежать від напіввисоти пружного ядра c , приймаємо значення $y_0 = 24,667$ см, обчислене на початку прикладу за виразом (84). Тоді за (90) знаходимо:

$$c_{\max} = h - y_0 - t_{f,e} = 44 - 24,667 - 2 = 17,333 \text{ см};$$

$$c_{\max} = 17,333 \text{ см} \geq c \geq c_{\min} = 0.$$

При $c = c_{\max} = 17,333$ см за виразом (87) [10] обчислюємо:

$$\begin{aligned} M_{pl} &= \sigma_T \cdot \left[b_{f,h} \cdot t_{f,h} \cdot \left(y_0 - \frac{t_{f,h}}{2} \right) + b_{f,e} \cdot t_{f,e} \cdot \left(h - y_0 - \frac{t_{f,e}}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot t_w \cdot (h^2 + \right. \\ &+ t_{f,e}^2 + t_{f,h}^2) + t_w \cdot (y_0^2 + y_0 t_{f,e} - y_0 t_{f,h} - h y_0 - h t_{f,e}) - \frac{1}{3} \cdot t_w \cdot c^2 \left. \right] = \\ &= 24,5 \cdot \left[28 \cdot 2 \cdot \left(24,667 - \frac{2}{2} \right) + 30 \cdot 2 \cdot \left(44 - 24,667 - \frac{2}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot (44^2 + \right. \end{aligned}$$

$$+ 2^2 + 2^2) + 0,75 \cdot (24,667^2 + 24,667 \cdot 2 - 24,667 \cdot 2 - 44 \cdot 24,667 - 44 \cdot 2) - \left. - \frac{1}{3} \cdot 0,75 \cdot 6,667^2 \right] = 65061,18 \text{ кНсм}$$

– співпало з **випадком 4** на **межі випадків 4 і 5**.

При $c = c_{\min} = 0$, як було показано у теоретичній частині **випадку 5** [10], вираз (87) для обчислення M_{pl} переходить у вираз (92) для обчислення M_{\lim} . Оскільки значення M_{\lim} уже обчислено у початковій частині даного прикладу, то можемо зразу записати для $c = c_{\min} = 0$:

$$M_{pl} = M_{\lim} = 66901,336 \text{ кНсм}; W_{pl} = W_{\lim} = 2730,667 \text{ см}^3; f_{pl} = f_{\max} = 1,118.$$

Більш повно результати обчислень даного прикладу наведені в табл. 2.

Таблиця 2

Результати обчислень прикладу 2

| c_l/c , см | M_T , кНсм | M_{pl} , кНсм | M_{\lim} , кНсм | $W_{z,\min}$, см ³ | W_{pl} , см ³ | W_{\lim} , см ³ | f_{pl} |
|-------------------|-----------------|--------------------|----------------------|-----------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|--------------|
| Випадок 1 | | | | | | | |
| - / - | 59847,84 | 59847,84 | 66901,34 | 2442,77 | 2442,77 | 2730,67 | 1,0 |
| Випадок 2 | | | | | | | |
| 22,575/- | 59847,84 | 59847,84 | 66901,34 | 2442,77 | 2442,77 | 2730,67 | 1,0 |
| 21,216/- | 59847,84 | 62762,21 | 66901,34 | 2442,77 | 2561,72 | 2730,67 | 1,049 |
| 21,143/- | 59847,84 | 62853,60 | 66901,34 | 2442,77 | 2565,45 | 2730,67 | 1,05 |
| Випадок 3а | | | | | | | |
| -/21,143 | 59847,84 | 62853,60 | 66901,34 | 2442,77 | 2565,45 | 2730,67 | 1,05 |
| -/21,081 | 59847,84 | 62921,78 | 66901,34 | 2442,77 | 2568,24 | 2730,67 | 1,051 |
| -/21,02 | 59847,84 | 62979,93 | 66901,34 | 2442,77 | 2570,61 | 2730,67 | 1,052 |
| -/20,958 | 59847,84 | 63029,44 | 66901,34 | 2442,77 | 2572,63 | 2730,67 | 1,053 |
| Випадок 4 | | | | | | | |
| -/20,958 | 59847,84 | 63029,44 | 66901,34 | 2442,77 | 2572,63 | 2730,67 | 1,053 |
| -/20,052 | 59847,84 | 63646,98 | 66901,34 | 2442,77 | 2597,84 | 2730,67 | 1,063 |
| - /19,146 | 59847,84 | 64213,25 | 66901,34 | 2442,77 | 2620,95 | 2730,67 | 1,073 |
| - /18,239 | 59847,84 | 64709,07 | 66901,34 | 2442,77 | 2641,19 | 2730,67 | 1,081 |
| - /17,333 | 59847,84 | 65061,18 | 66901,34 | 2442,77 | 2655,56 | 2730,67 | 1,087 |
| Випадок 5 | | | | | | | |
| - /17,333 | 59847,84 | 65061,18 | 66901,34 | 2442,77 | 2655,56 | 2730,67 | 1,087 |
| -/13,000 | 59847,84 | 65866,21 | 66901,34 | 2442,77 | 2688,42 | 2730,67 | 1,1 |
| -/8,667 | 59847,84 | 66441,24 | 66901,34 | 2442,77 | 2711,89 | 2730,67 | 1,11 |
| -/4,333 | 59847,84 | 66786,34 | 66901,34 | 2442,77 | 2725,97 | 2730,67 | 1,16 |
| - /0,0 | 59847,84 | 66901,34 | 66901,34 | 2442,77 | 2730,67 | 2730,67 | 1,118 |

Приклад 3

Нехай маємо **несиметричний** двотавр (рис. 1, ..., 7) з наступними розмірами поперечного перерізу: $b_{f,e} = 30$ см; $b_{f,u} = 15$ см; $t_{f,e} = t_{f,u} = t_f = 2,0$ см; $h_w = 40$ см; $t_w = 0,75$ см; $h = 44$ см. Границя текучості: $\sigma_T = 24,5$ кН/см².

За виразами (84), (82), (3), (4), (5), (7) [10] знаходимо **граничні значення** величин y_0 , M_{lim} , що відповідають шарніру пластичності, а також величин y_1 , J_z , W_z^e , $W_z^u = W_{\text{min}}$, M_T (**ці вирази, а також наступні для усіх випадків, окрім випадку 3 а, – див. приклад 1**):

$$y_0 = \frac{30 \cdot 2 - 15 \cdot 2 + 0,75 \cdot (44 - 2 + 2)}{2 \cdot 0,75} = 42,0 \text{ см};$$

$$M_{\text{lim}} = 24,5 \cdot (15 \cdot 2 \cdot (42 - \frac{2}{2}) + \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot (42 - 2)^2 + \\ + 30 \cdot 2 \cdot (44 - 42 - \frac{2}{2}) + \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot (44 - 42 - 2)^2) = 46305,0 \text{ кНсм};$$

$$y_1 = \frac{30 \cdot 2 \cdot (44 - \frac{2}{2}) + 15 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} + 0,75 \cdot 40 \cdot (\frac{40}{2} + 2)}{30 \cdot 2 + 15 \cdot 2 + 0,75 \cdot 40} = 27,25 \text{ см};$$

$$J_z = \frac{30 \cdot 2^3}{12} + 30 \cdot 2 \cdot (44 - 27,25 - \frac{2}{2})^2 + \frac{15 \cdot 2^3}{12} + 15 \cdot 2 \cdot (27,25 - \frac{2}{2})^2 + \\ + \frac{0,75 \cdot 40^3}{12} + 0,75 \cdot 40 \cdot (27,25 - 2 - \frac{40}{2})^2 = 40412,5 \text{ см}^4;$$

$$W_z^e = \frac{40412,5}{(44 - 27,25)} = 2412,687 \text{ см}^3; \quad W_z^u = W_{\text{min}} = \frac{40412,5}{27,25} = 1483,027 \text{ см}^3;$$

$$M_T = \sigma_T \cdot W_{\text{min}} = 24,5 \cdot 1483,027 = 36334,172 \text{ кНсм}.$$

Також обчислюємо **граничні значення** величин:

$$W_{\text{lim}} = \frac{M_{\text{lim}}}{\sigma_T} = \frac{46305,0}{24,5} = 1890,0 \text{ см}^3; \quad f_{\text{max}} = \frac{W_{\text{lim}}}{W_{\text{min}}} = \frac{1890,0}{1483,027} = 1,274.$$

У процесі зростання згинального моменту M прослідкуємо, які випадки розвитку пластичних деформацій по поперечному перерізу мають місце для двотавру заданих розмірів.

Випадок 1: максимальні нормальні напруження у крайніх волокнах нижньої полиці досягли границі текучості $\sigma_{\max,p} = \sigma_T$ (рис. 1).

За аналогією до прикладу 1, за умови пружної роботи маємо:
 $y_0 = y_1 = 27,25$ см.

За умови: $\sigma_{\max,p} = \sigma_T$ за виразом (28) [10] обчислюємо:

$$\begin{aligned} M &= M_T = 24,5 / (3 \cdot 27,25) \cdot \left\{ 15 \cdot 2 \cdot (3 \cdot 27,25^2 - 3 \cdot 27,25 \cdot 2 + 2^2) + \right. \\ &+ \left[(27,25 - 2)^3 + (44 - 27,25 - 2)^3 \right] \cdot 0,75 + \\ &+ \left. 30 \cdot 2 (3 \cdot 44^2 - 6 \cdot 44 \cdot 27,25 - 3 \cdot 44 \cdot 2 + 3 \cdot 27,25^2 + 3 \cdot 27,25 \cdot 2 + 2^2) \right\} = \\ &= 36334,172 \text{ кНсм.} \end{aligned}$$

Випадок 2: пластичні деформації та відповідні їм напруження σ_T поширені на частині нижньої полиці; верхня полиця - у пружній стадії

Як і в попередніх прикладах, розмір c_1 (рис. 2) у **випадку 2** відповідно до (44) [10] змінюється у межах: $c_{1,\max} = y_0 \geq c_1 \geq c_{1,\min} = y_0 - t_{f,H}$. Оскільки умова (41) [10]: $c_{1,\max} = y_0$ приводить нас до рівності $M_{pl} = M_T$ (див. вирази (28) та (42) [10]), тобто фактично до **випадку 1**, значення $c_{1,\max} = y_0$ обчислюємо з урахуванням, що для **випадку 1** отримано: $y_0 = y_1 = 27,25$ см: $c_{1,\max} = y_0 = 27,25$ см.

Розміру $c_{1,\min}$ відповідає взаємозв'язаний з ним розмір $y_0 = y_{0,\max}$, який обчислюємо за (46) [10]:

$$\begin{aligned} y_0 = y_{0,\max} &= \frac{2 \cdot 15 \cdot 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 30 \cdot 2^2 + (2^2 - 2^2 + 44^2 - 2 \cdot 44 \cdot 2) 0,75}{2 \cdot (30 \cdot 2 + 15 \cdot 2 + 40 \cdot 0,75)} = \\ &= 27,5 \text{ см.} \end{aligned}$$

Тоді $c_{1,\min} = y_0 - t_{f,H} = 27,5 - 2 = 25,5$ см.

Таким чином, маємо межі зміни взаємопов'язаних величин:

$$y_{0,\min} = 27,25 \leq y_0 \leq y_{0,\max} = 27,5 \text{ см;}$$

$$c_{1,\max} = 27,25 \geq c_1 \geq c_{1,\min} = 25,5 \text{ см.}$$

Задаючи можливі значення розміру c_1 , із розв'язку квадратного рівняння (35) [10] знаходимо відповідний розмір y_0 , а за виразом (40) [9] обчислюємо величину M_{pl} , і, відповідно, W_{pl} , f_{pl} .

Так, при $c_1 = c_{1,max} = 27,25$ см (**межа випадків 2 і 1**) послідовно обчислюємо:

за (36) [9] – коефіцієнти квадратного рівняння (35):

$$A_1 = 15; \quad A_2 = -2 \cdot (15 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + 27,25 \cdot 15 + 40 \cdot 0,75) = -1057,5;$$

$$A_3 = 27,25^2 \cdot 15 + 15 \cdot 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 30 \cdot 2^2 + \\ + (2^2 - 2^2 + 44^2 - 2 \cdot 44 \cdot 2)0,75 = 17678,438;$$

за (37) – його корені: $y_{0,1} = 43,25$ см; $y_{0,2} = 27,25$ см.

Перший корінь є стороннім, оскільки $y_{0,1} > y_{0,max} = 27,5$ см. Таким чином,

остаточно приймаємо для $c_1 = c_{1,max} = 27,25$ см: $y_0 = y_{0,2} = 27,25$ см.

Підставляємо ці значення в (40) [10]:

$$M_{pl} = 24,5 / (3 \cdot 27,25) \cdot \left[3 / 2 \cdot 27,25 \cdot 15 \cdot (27,25^2 - 27,25^2) + \right. \\ + (27,25 - 27,25 + 2) \cdot 15 (27,25^2 + 27,25 \cdot 27,25 + 27,25^2 - \\ - 2 \cdot 27,25 \cdot 2 - 2 \cdot 27,25 + 2^2) + (27,25 - 2)^3 \cdot 0,75 + \\ + (44 - 27,25 - 2)^3 \cdot 0,75 + 30 \cdot 2 \cdot (3 \cdot 44^2 - 6 \cdot 44 \cdot 27,25 - \\ \left. - 3 \cdot 44 \cdot 2 + 3 \cdot 27,25^2 + 3 \cdot 27,25 \cdot 2 + 2^2) \right] = 36334,172 \text{ кНсм.}$$

Тобто $M_{pl} = M_T$.

Тоді:

$$W_{pl} = \frac{M_{pl}}{\sigma_T} = \frac{36334,172}{24,5} = 1483,027 \text{ см}^3, \text{ тобто } W_{pl} = W_{min}; \\ f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{min}} = \frac{1483,027}{1483,027} = 1,0.$$

За виразом (29) [10] обчислюємо максимальні напруження у верхній полиці:

$$\begin{aligned}\sigma_{\max,c} &= \sigma_T \cdot (h - y_0) / c_1 = 24,5 \cdot (44 - 27,25) / 27,25 = \\ &= 15,06 \text{кН/см}^2 < \sigma_T = 24,5 \text{кН/см}^2\end{aligned}$$

– верхня полиця ще у пружній стадії.

Нехай $c_1 = c_{1,\min} = 25,5$ см (друга межа для випадку 2). За (36) обчислюємо коефіцієнти квадратного рівняння (35):

$$A_1 = 15; \quad A_2 = -2 \cdot (15 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + 25,5 \cdot 15 + 40 \cdot 0,75) = -1005,0;$$

$$\begin{aligned}A_3 &= 25,5^2 \cdot 15 + 15 \cdot 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 30 \cdot 2^2 + \\ &+ (2^2 - 2^2 + 44^2 - 2 \cdot 44 \cdot 2)0,75 = 16293,75;\end{aligned}$$

за (37) – його корені: $y_{0,1} = 39,5$ см; $y_{0,2} = 27,5$ см.

Перший корінь є стороннім, оскільки $y_{0,1} > y_{0,\max} = 27,5$ см. Таким чином, остаточно приймаємо для $c_1 = c_{1,\min} = 25,5$ см: $y_0 = y_{0,2} = 27,5$ см. Підставляємо ці значення в (40):

$$\begin{aligned}M_{pl} &= 24,5 / (3 \cdot 25,5) \cdot \left[3 / 2 \cdot 25,5 \cdot 15 \cdot (27,5^2 - 25,5^2) + (25,5 - 27,5 + 2) \cdot 15 \cdot \right. \\ &\cdot (25,5^2 + 25,5 \cdot 27,5 + 27,5^2 - 2 \cdot 27,5 \cdot 2 - 2 \cdot 25,5 + 2^2) + \\ &+ (27,5 - 2)^3 \cdot 0,75 + (44 - 27,5 - 2)^3 \cdot 0,75 + 30 \cdot 2 \cdot (3 \cdot 44^2 - \\ &\left. - 6 \cdot 44 \cdot 27,5 - 3 \cdot 44 \cdot 2 + 3 \cdot 27,5^2 + 3 \cdot 27,5 \cdot 2 + 2^2) \right] = 38061,469 \text{ кНсм}.\end{aligned}$$

Тоді:

$$W_{pl} = \frac{M_{pl}}{\sigma_T} = \frac{38061,469}{24,5} = 1553,529 \text{ см}^3; \quad f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{\min}} = \frac{1553,529}{1483,027} = 1,048.$$

За виразом (29) обчислюємо максимальні напруження у верхній полиці:

$$\begin{aligned}\sigma_{\max,c} &= \sigma_T \cdot (h - y_0) / c_1 = 24,5 \cdot (44 - 27,5) / 25,5 = \\ &= 15,853 \text{кН/см}^2 < \sigma_T = 24,5 \text{кН/см}^2.\end{aligned}$$

Остання перевірка напружень $\sigma_{\max,c}$ свідчить про те, що на **другій межі випадку 2** пластичні деформації розвинулися по всій нижній полиці, а верхня полиця за пружними напруженнями має певний запас. Звідси **робимо висновок**, що при подальшому зростанні згинального моменту M_{pl} наступним буде **випадок 3**, коли пластика у нижній частині перерізу поширюється на стінку, а верхня полиця працює пружно (рис. 3). **Випадок 3 а** (рис. 7) для даного двотавру **виключається**.

Випадок 3: пластичні деформації у нижній полиці та нижній частині стінки (рис. 3).

Межі можливих значень розміру c_1 для **випадку 3** (рис. 3) відображені у (62) [10]:

$$c_{1,\max} = y_0 - t_{f,h} \geq c_1 \geq c_{1,\min} = h - y_0.$$

Але, як уже зазначалося вище (див. випадок 2 даного прикладу), спочатку необхідно для кожного із граничних значень $c_{1,\max}$, $c_{1,\min}$ величини c_1 обчислити відповідні їм граничні значення розміру y_0 : $y_{0,\min}$ та $y_{0,\max}$.

Граничний розмір $y_{0,\min}$ знаходимо за виразом (63) [10]:

$$y_{0,\min} = \frac{(2 \cdot 15 - 0,75) \cdot 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 30 \cdot 2^2 + (44^2 + 2^2 - 2 \cdot 44 \cdot 2) \cdot 0,75}{2 \cdot (40 \cdot 0,75 + 30 \cdot 2 + 15 \cdot 2)} =$$
$$= 27,5 \text{ см.}$$

Тоді за (182): $c_{1,\max} = 27,5 - 2 = 25,5 \text{ см.}$

Як бачимо, граничні значення $y_{0,\min}$, $c_{1,\max}$ у **випадку 3** співпали з відповідними величинами $y_{0,\max}$, $c_{1,\min}$ для **випадку 2**. Граничний розмір $y_{0,\max}$ знаходимо із розв'язку квадратного рівняння (54) [10], коефіцієнти якого обчислюємо за (64):

$$A_1 = 4 \cdot 0,75 = 3;$$

$$A_2 = -2 \cdot (3 \cdot 44 \cdot 0,75 - 2 \cdot 0,75 + 0,75 \cdot 2 + 30 \cdot 2 - 15 \cdot 2) = -258,0;$$

$$A_3 = 2 \cdot 44 \cdot (30 \cdot 2 - 15 \cdot 2) - 30 \cdot 2^2 +$$
$$+ (2 \cdot 44^2 + 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 2 - 2 \cdot 44 \cdot 2) \cdot 0,75 = 5427,0.$$

Корені рівняння (54) обчислюємо за (56): $y_{0,1} = 49,325 \text{ см; } y_{0,2} = 36,675 \text{ см.}$

Корінь $y_{0,1}$ є стороннім, оскільки $y_{0,1} > h$. Остаточо приймаємо:

$$y_{0,\max} = y_{0,2} = 36,675 \text{ см.}$$

Тоді за (184): $c_{1,\min} = h - y_0 = 44 - 36,675 = 7,325$.

Таким чином, маємо наступні **межі** для зміни взаємопов'язаних величин:

$$y_{0,\min} = 27,5 \leq y_0 \leq y_{0,\max} = 36,675 \text{ см;}$$

$$c_{1,\max} = 25,5 \geq c_1 \geq c_{1,\min} = 7,325 \text{ см.}$$

Задаючи можливі значення розміру c_1 , із розв'язку квадратного рівняння (54) з урахуванням (55) знаходимо відповідний розмір y_0 , а за виразом (58) обчислюємо величину M_{pl} і далі: W_{pl} , f_{pl} .

Так, при $c_1 = c_{1,\max} = 25,5$ см (межа **випадків 3 і 2**) послідовно обчислюємо:

за (55) – коефіцієнти квадратного рівняння (54):

$$A_1 = 0,75; \quad A_2 = -2 \cdot (0,75 \cdot 25,5 + 44 \cdot 0,75 - 2 \cdot 0,75 + 30 \cdot 2) = -221,25;$$

$$A_3 = 2 \cdot 0,75 \cdot 2 \cdot 25,5 - 2 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 25,5 + 0,75 \cdot 25,5^2 + 44^2 \cdot 0,75 + 2^2 \cdot 0,75 - \\ - 2 \cdot 44 \cdot 2 \cdot 0,75 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 30 \cdot 2^2 = 5517,188;$$

за (56) – його корені: $y_{0,1} = 267,5$ см; $y_{0,2} = 27,5$ см. Корінь $y_{0,1}$ є стороннім, оскільки $y_{0,1} > h$.

Остаточо приймаємо: $y_0 = y_{0,\min} = y_{0,2} = 27,5$ см – співпало з граничним значенням $y_{0,\max}$ для **випадку 2**. Значення $c_1 = c_{1,\max} = 25,5$ см: $y_0 = y_{0,2} = 27,5$ см підставляємо в (58):

$$M_{pl} = 24,5 \cdot \left[15 \cdot 2 \cdot \left(27,5 - \frac{2}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot \left((27,5 - 2)^2 - 25,5^2 \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \cdot 0,75 \cdot 25,5^2 + \frac{1}{3 \cdot 25,5} \cdot (44 - 27,5 - 2)^3 \cdot 0,75 + \frac{1}{3 \cdot 25,5} \cdot 30 \cdot 2 \times \right.$$

$$\times (3 \cdot 44^2 - 6 \cdot 44 \cdot 27,5 - 3 \cdot 44 \cdot 2 + 3 \cdot 27,5^2 + 3 \cdot 27,5 \cdot 2 + 2^2) \Big] =$$

$$= 38061,469 \text{ кНсм.}$$

$$\text{Тоді: } W_{pl} = \frac{M_{pl}}{\sigma_T} = \frac{38061,469}{24,5} = 1553,53 \text{ см}^3; \quad f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{\min}} = \frac{1553,53}{1483,027} = 1,048.$$

За виразом (53) обчислюємо максимальні напруження у верхній полиці:

$$\sigma_{\max,c} = \sigma_T \cdot (h - y_0) / c_1 = 24,5 \cdot (44 - 27,5) / 25,5 =$$

$$= 15,853 \text{ кН/см}^2 < \sigma_T = 24,5 \text{ кН/см}^2.$$

Як бачимо, усі величини співпали з аналогічними до **випадку 2** на його межі з **випадком 3**.

Нехай $c_1 = c_{1,\min} = 7,325 \text{ см}$ (**2-а межа** для **випадку 3**). Тоді за (55) – обчислюємо коефіцієнти квадратного рівняння (54):

$$A_1 = 0,75; \quad A_2 = -2 \cdot (0,75 \cdot 7,325 + 44 \cdot 0,75 - 2 \cdot 0,75 + 30 \cdot 2) = -193,988;$$

$$A_3 = 2 \cdot 0,75 \cdot 2 \cdot 7,325 - 2 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 7,325 + 0,75 \cdot 7,325^2 + 44^2 \cdot 0,75 + 2^2 \cdot 0,75 -$$

$$- 2 \cdot 44 \cdot 2 \cdot 0,75 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 30 \cdot 2^2 = 6105,717;$$

за (56) – його корені: $y_{0,1} = 221,975 \text{ см}$; $y_{0,2} = 36,675 \text{ см}$.

Корінь $y_{0,1}$ є стороннім, оскільки $y_{0,1} > h$.

Остаточню приймаємо: $y_0 = y_{0,\max} = y_{0,2} = 36,675 \text{ см}$ – співпало з граничним значенням $y_{0,\max}$, отриманим із розв'язку квадратного рівняння (54).

Значення $c_1 = c_{1,\min} = 7,325 \text{ см}$: $y_0 = y_{0,2} = 36,675 \text{ см}$ підставляємо в (58):

$$M_{pl} = 24,5 \cdot \left[15 \cdot 2 \cdot (36,675 - \frac{2}{2}) + \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot ((36,675 - 2)^2 - 7,325^2) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{3} \cdot 0,75 \cdot 7,325^2 + \frac{1}{3 \cdot 7,325} \cdot (44 - 36,675 - 2)^3 \cdot 0,75 + \frac{1}{3 \cdot 7,325} \cdot 30 \cdot 2 \times \right.$$

$$\times(3 \cdot 44^2 - 6 \cdot 44 \cdot 36,675 - 3 \cdot 44 \cdot 2 + 3 \cdot 36,675^2 + 3 \cdot 36,675 \cdot 2 + 2^2) \Big] =$$

$$= 45324,879 \text{ кНсм.}$$

Тоді:

$$W_{pl} = \frac{M_{pl}}{\sigma_T} = \frac{45324,879}{24,5} = 1849,995 \text{ см}^3; \quad f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{\min}} = \frac{1849,995}{1483,027} = 1,247 .$$

За виразом (53) обчислюємо максимальні напруження у верхній полиці:

$$\sigma_{\max,c} = \sigma_T \cdot (h - y_0) / c_1 = 24,5 \cdot (44 - 36,675) / 7,325 = 24,5 \text{ кН/см}^2 = \sigma_T .$$

Оскільки вони досягли границі текучості, то при подальшому зростанні згинального моменту $M_{pl} > 45324,879 \text{ кНсм}$ **випадок 3** переходить у **випадок 4**.

Випадок 4: пластичні деформації у нижній полиці та нижній частині стінки, а також частково у верхній полиці.

Межі можливих значень розміру c для **випадку 4** (рис. 4) зазначені у (74) [10]:

$$c_{\max} = h - y_{0,\min} \geq c \geq c_{\min} = h - y_{0,\max} - t_{f,6} .$$

Для знаходження граничного розміру c_{\max} із рішення квадратного рівняння (67) визначимо відповідний граничний розмір $y_{0,\min}$. Обчислюємо коефіцієнти рівняння (67) за виразами (75):

$$A_1 = 4 \cdot 0,75 = 3 ;$$

$$A_2 = -2 \cdot (3 \cdot 44 \cdot 0,75 - 2 \cdot 0,75 + 0,75 \cdot 2 + 30 \cdot 2 - 15 \cdot 2) = -258,0 ;$$

$$A_3 = -2 \cdot 44(15 \cdot 2 - 30 \cdot 2) - 2 \cdot 44 \cdot 0,75(2 - 2) +$$

$$+(2 \cdot 44^2 + 2^2)0,75 - 30 \cdot 2^2 = 5427,0 .$$

Тоді за (69) маємо корені рівняння (67): $y_{0,1} = 49,325 \text{ см}$; $y_{0,2} = 36,675 \text{ см}$.

Корінь $y_{0,1}$ є стороннім, оскільки $y_{0,1} > h$. Остаточню приймаємо:

$$y_0 = y_{0,\min} = y_{0,2} = 36,675 \text{ см.}$$

За (74) обчислюємо відповідне граничне значення c_{\max} :

$$c_{\max} = h - y_{0,\min} = 44 - 36,675 = 7,325.$$

Як бачимо, граничні значення $y_{0,\min}$, c_{\max} співпали з відповідними граничними значеннями $y_{0,\max}$, $c_{1,\min}$, отриманими для **випадку 3 на межі випадків 4 та 3**.

Для знаходження граничного розміру c_{\min} із рішення квадратного рівняння (67) визначимо відповідний граничний розмір $y_{0,\max}$. Обчислюємо коефіцієнти рівняння (67) за виразами (76):

$$A_1 = 4 \cdot 0,75 = 3;$$

$$A_2 = -2 \cdot (3 \cdot 44 \cdot 0,75 - 3 \cdot 0,75 \cdot 2 + 0,75 \cdot 2 - 15 \cdot 2 + 30 \cdot 2) = -252,0;$$

$$A_3 = -2 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 44 + 2 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 0,75 \cdot 2 \cdot 44 - 2 \cdot 0,75 \cdot 2 \cdot 2 +$$

$$+ 2 \cdot 44^2 \cdot 0,75 - 2 \cdot 30 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^2 \cdot 0,75 - 4 \cdot 44 \cdot 2 \cdot 0,75 + 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 = 5292,0.$$

За (69) маємо корені рівняння (67): $y_{0,1} = 42,0$ см; $y_{0,2} = 42,0$ см.

Корені рівні між собою: $y_{0,1} = y_{0,2} = y_{0,\max} = 42$ см.

За (74) обчислюємо відповідне граничне значення c_{\min} :

$$c_{\min} = h - y_{0,\max} - t_{f,e} = 44 - 42 - 2 = 0.$$

Як видно із рис. 4, 5: $t_{f,H} + h_w = 2 + 40 = 42$ см $= y_{0,\max}$, тобто нейтральна вісь у даному випадку знаходиться на межі між верхньою полицею та стінкою, а відповідне значення $c_{\min} = 0$ свідчить про те, що пружне ядро є відсутнім і у перерізі настає повне вичерпання несучої здатності з утворенням **пластичного шарніру**.

У підсумку маємо наступні **межі** для зміни взаємопов'язаних величин:

$$y_{0,\min} = 36,675 \leq y_0 \leq y_{0,\max} = 42,0 \text{ см та } c_{\max} = 7,325 \geq c \geq c_{\min} = 0 \text{ см.}$$

Задаючи можливі значення розміру c , із розв'язку квадратного рівняння (67) знаходимо відповідний розмір y_0 , а за виразом (71) обчислюємо величину M_{pl} і далі W_{pl} , f_{pl} .

Так, при $c = c_{\max} = 7,325$ см (межа **випадків 4 і 3**) послідовно обчислюємо:

за (68) – коефіцієнти квадратного рівняння (67):

$$A_1 = 30 - 0,75 = 29,25;$$

$$A_2 = 2 \cdot (0,75 \cdot 7,325 + 44 \cdot 0,75 - 2 \cdot 0,75 - 44 \cdot 30 + 30 \cdot 2 + 30 \cdot 7,325) = -2006,54$$

$$A_3 = 2 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 7,325 - 2 \cdot 0,75 \cdot 2 \cdot 7,325 - 0,75 \cdot 7,325^2 - 44^2 \cdot 0,75 - 2^2 \cdot 0,75 + \\ + 2 \cdot 44 \cdot 2 \cdot 0,75 + 30 \cdot 44^2 + 30 \cdot 2^2 - 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 2 \cdot 30 \cdot 44 \cdot 7,325 + \\ + 30 \cdot 7,325^2 = 34246,922;$$

за (69) – його корені: $y_{0,1} = 36,675$ см; $y_{0,2} = 31,924$ см.

Корінь $y_{0,2}$ є стороннім, оскільки $y_{0,2} < y_{0,\min} = 36,675$ см. Остаточню приймаємо: $y_0 = y_{0,1} = y_{0,\min} = 36,675$ см.

Значення $c = c_{\max} = 7,325$ см, $y_0 = y_{0,1} = y_{0,\min} = 36,675$ см підставляємо у (71):

$$M_{pl} = 24,5 \cdot 15 \cdot 2 \cdot (36,675 - \frac{2}{2}) + 24,5 \cdot 0,75 \cdot (36,675 - 2 - 7,325) \cdot \frac{1}{2} \times \\ \times (36,675 - 2 + 7,325) + \frac{1}{2} \cdot 24,5 \cdot 0,75 \cdot 7,325 \cdot \frac{2}{3} \cdot 7,325 + \\ + \frac{1}{2} \cdot 24,5 \cdot \frac{(44 - 36,675 - 2^2)}{7,325} \cdot 0,75 \cdot \frac{2}{3} \cdot (44 - 36,675 - 2) + \\ + \frac{1}{2 \cdot 7,325} \cdot 24,5 \cdot 30 \cdot (7,325^2 - 44^2 - 36,675^2 - 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 36,675 + 2 \cdot 44 \cdot 2 - \\ - 2 \cdot 2 \cdot 36,675) \cdot (2 \cdot 44^2 + 2 \cdot 36,675^2 + 2 \cdot 7,325^2 + 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 44 \cdot 7,325 - \\ - 2 \cdot 36,675 \cdot 7,325 - 2 \cdot 2 \cdot 7,325 - 4 \cdot 44 \cdot 36,675 - 4 \cdot 44 \cdot 2 + 4 \cdot 2 \cdot 36,675) \times \\ \times \frac{1}{3 \cdot (7,325 + 44 - 36,675 - 2)} + 24,5 \cdot 30 \cdot (44 - 36,675 - 7,325) \times \\ \times \frac{1}{2} \cdot (44 - 36,675 + 7,325) = 45324,879 \text{ кНсм.}$$

$$\text{Тоді: } W_{pl} = \frac{M_{pl}}{\sigma_T} = \frac{45324,879}{24,5} = 1849,995 \text{ см}^3; \quad f_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_{\min}} = \frac{1849,995}{1483,027} = 1,247.$$

За виразом (53) обчислюємо напруження на межі верхньої полиці зі стінкою:

$$\begin{aligned}\sigma_{ct,c} &= \sigma_T(h - y_0 - t_{f,\epsilon}) / c = 24,5(44 - 36,675 - 2) / 7,325 = \\ &= 17,81 \text{ кН/см}^2 < \sigma_T.\end{aligned}$$

Нехай $c = c_{\min} = 0$ (друга межа **випадку 4**). Тоді, аналогічно до попереднього, послідовно обчислюємо: за (68) – коефіцієнти квадратного рівняння (67):

$$A_1 = 30 - 0,75 = 29,25;$$

$$A_2 = 2 \cdot (0,75 \cdot 0 + 44 \cdot 0,75 - 2 \cdot 0,75 - 44 \cdot 30 + 30 \cdot 2 + 30 \cdot 0) = -2457,0;$$

$$\begin{aligned}A_3 &= 2 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 0 - 2 \cdot 0,75 \cdot 2 \cdot 0 - 0,75 \cdot 0^2 - 44^2 \cdot 0,75 - 2^2 \cdot 0,75 + \\ &+ 2 \cdot 44 \cdot 2 \cdot 0,75 + 30 \cdot 44^2 + 30 \cdot 2^2 - \\ &- 2 \cdot 44 \cdot 30 \cdot 2 - 2 \cdot 30 \cdot 44 \cdot 0 + 30 \cdot 0^2 = 51597,0;\end{aligned}$$

за (69) – його корені:

$$y_{0,1} = 42,0 \text{ см}; \quad y_{0,2} = 42,0 \text{ см}. \quad y_{0,1} = y_{0,2} = y_{0,\max} = 42 \text{ см}.$$

Для контролю за (73) обчислюємо відповідне граничне значення c_{\min} :

$$c_{\min} = h - y_{0,\max} - t_{f,\epsilon} = 44 - 42 - 2 = 0.$$

Також за (81) [10]: маємо: $y_0 = h - t_{f,\epsilon} = 44 - 2 = 42 \text{ см} = y_{0,\max}$.

Оскільки за умови (77) маємо $M_{pl} = M_{\lim}$, де $M_{\lim} = 46305,0$ кНсм – уже обчислено за виразом (82), то на цьому розрахунок даного прикладу закінчується.

Як бачимо, у даному прикладі **випадок 5** не реалізується.

Більш повно результати обчислень прикладу 3 наведені в табл. 3.

Таблиця 3

Результати обчислень прикладу 3

| c_1 / c_2 , см | M_T , кНсм | M_{pl} , кНсм | M_{lim} , кНсм | $W_{z,min}$, см ³ | W_{pl} , см ³ | W_{lim} , см ³ | f_{pl} |
|---------------------|-----------------|--------------------|---------------------|----------------------------------|----------------------------|--------------------------------|--------------|
| Випадок 1 | | | | | | | |
| - / - | 36334,17 | 36334,17 | 46305,0 | 1483,03 | 1483,03 | 1890,0 | 1,0 |
| Випадок 2 | | | | | | | |
| 27,25/- | 36334,17 | 36334,17 | 46305,0 | 1483,03 | 1483,03 | 1890,0 | 1,0 |
| 26,375/- | 36334,17 | 37337,59 | 46305,0 | 1483,03 | 1525,62 | 1890,0 | 1,029 |
| 25,5/- | 36334,17 | 38061,47 | 46305,0 | 1483,03 | 1553,53 | 1890,0 | 1,048 |
| Випадок 3 | | | | | | | |
| -/25,5 | 36334,17 | 38061,47 | 46305,0 | 1483,03 | 1553,53 | 1890,0 | 1,048 |
| -/20,96 | 36334,17 | 40193,13 | 46305,0 | 1483,03 | 1640,54 | 1890,0 | 1,106 |
| -/16,413 | 36334,17 | 42165,18 | 46305,0 | 1483,03 | 1721,03 | 1890,0 | 1,16 |
| -/11,869 | 36334,17 | 43907,08 | 46305,0 | 1483,03 | 1792,13 | 1890,0 | 1,208 |
| -/7,325 | 36334,17 | 45324,88 | 46305,0 | 1483,03 | 1850,0 | 1890,0 | 1,247 |
| Випадок 4 | | | | | | | |
| -/7,325 | 36334,17 | 45324,88 | 46305,0 | 1483,03 | 1850,0 | 1890,0 | 1,247 |
| -/3,663 | 36334,17 | 46059,86 | 46305,0 | 1483,03 | 1880,0 | 1890,0 | 1,268 |
| - /0,0 | 36334,17 | 46305,00 | 46305,0 | 1483,03 | 1890,0 | 1890,0 | 1,274 |

Висновки

1. У роботі [10] було встановлено, що в процесі розвитку пружно-пластичних деформацій у балках із **несиметричних двотаврів** при роботі останніх до повного вичерпання несучої здатності можливі **6 випадків**, які у залежності від співвідношення розмірів перерізів несиметричних двотаврів можуть реалізовуватися у наступних послідовностях: 1-ий, 2-ий, 3-ій, 4-ий та 5-ий випадки; 1-ий, 2-ий, 3 а, 4-ий та 5-ий випадки; 1-ий, 2-ий, 3-ій, 4-ий випадки.

2. В даній роботі на числових прикладах – 1-му, 2-му та 3-му – ці послідовності реалізовані. В кожному із прикладів вибудовано алгоритм його рішення, а також вказано на особливості його застосування.

3. Аналітичні залежності, що пов'язують між собою висоту пружного ядра зі значенням згинального моменту, необхідні для обчислення прогинів пружно-пластичних балок із несиметричних двотаврів, а також для визначення областей поширення пластичних деформацій по висоті поперечних перерізів.

Література

- [1] Сталеві конструкції. Норми проектування, виготовлення і монтажу : ДБН В.2.6-198:2014. – Вид. офіц. – К. : Мінрегіонбуд України, 2014. – 199 с. – (Державні будівельні норми України).

- [2] Клименко Ф. Є. Металеві конструкції : підр. для вузів / Ф. Є. Клименко, В. М. Барабаш. – Львів : Видавництво «Світ», 1994. – 278 с.
- [3] Металлические конструкции. Общий курс : учеб. для вузов / [Г. С. Веденников, Е. И. Беленя, В. С. Игнатъева и др. ; под ред. Г. С. Веденникова; 7 изд., перераб. и доп.] – М. : Стройиздат, 1998. – 760 с.
- [4] Металлические конструкции. В 3т. Т.1. Элементы конструкций : учеб. для строит. вузов / [В. В. Горев, Б. Ю. Уваров, В. В. Филиппов и др. ; под ред. В. В. Горева ; 2-е изд., перераб. и доп.] – М. : Высш. шк., 2001. – 551 с.
- [5] Нілов О. О. Металеві конструкції. Загальний курс : підручник для вищих навчальних закладів / [Нілов О. О., Пермяков В. О., Шимановський О. В. та ін. ; видання 2-е, перероблене і доповнене ; під заг. ред. О. О. Нілова та О.В. Шимановського]. – К. : Видавництво «Сталь», 2010. – 869 с.
- [6] Ржаницын А. Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов / А. Р. Ржаницын. – М. : Стройвоенмориздат, 1049. – 235 с.
- [7] Мразик А. Расчет и проектирование стальных конструкций с учетом пластических деформаций / А. Мразик, М. Шкалоуд, М. Тохачек ; пер. с чеш. В. П. Поддубного ; под ред. Г. Е. Бельского. – М. : Стройиздат, 1986. – 456 с.
- [8] Перетяцько Ю. Г. Пружно-пластична робота двотаврових балок / Ю. Г. Перетяцько, І. Ю. Перетяцько // Науковий вісник будівництва. – Харків : ХДТУБА, 2011. – Вип. 62. – С. 107–112.
- [9] Перетяцько Ю. Г. Деформації пружно-пластичних двотаврових балок Перетяцько Ю. Г., Рюмін В. В., Перетяцько І. Ю. // Современные строительные конструкции из металла и древесины / Сборник научных трудов. – Одесса : ОГАСА, 2011. – № 15, Ч. 3. – С. 178–183.
- [10] Перетяцько Ю. Г. Залежність висоти пружного ядра від значення згинального моменту для несиметричного двотавру / Ю. Г. Перетяцько, І. Ю. Ляшенко // Збірник наукових праць Українського інституту сталевих конструкцій ім. В.М. Шимановського. – 2015. – Вип. 15. – С. 71–102.
- [11] Безухов Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н. И. Безухов. – М. : Высшая школа, 1968. – 512 с.
- [12] Феодосьев В. И. Сопротивление материалов / В. И. Феодосьев. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1970. – 544 с.
- [13] Тербушко О. И. Основы теории упругости и пластичности / О. И. Тербушко. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984. – 320 с.

Надійшла до редколегії 29.11.2016 р.

УДК 624.023.87(088.8)

Управляемые конструкции пространственных покрытий из перекрестных систем Часть 2

Марутян А.С., к.т.н.

Филиал Северо-Кавказского федерального университета в г. Пятигорске,
Российская Федерация

Анотація. Наведено нове технічне рішення просторового покриття з перехресних систем з попереднім напруженням контурних ферм і перерозподілом їх реактивних (опорних) і прогонових моментів. Регулювання попереднього напруження поєднане з монтажем несучих конструкцій за методом підйому перекриттів і покриттів. Показана ефективність попереднього напруження за рахунок збільшення силової пари при відповідному розмірі стрижневих елементів із реверсивними пристроями і тарільчастими пружинами, а також трансформації їх із приопорних панелей нижніх поясів у підкоси контурних ферм або похилі гілки V-образних колон.

Аннотация. Приведено новое техническое решение пространственного покрытия из перекрестных систем с предварительным напряжением контурных ферм и перераспределением их реактивных (опорных) и пролетных моментов. Регулирование предварительного напряжения совмещено с монтажом несущих конструкций по методу подъема перекрытий и покрытий. Показана эффективность предварительного напряжения за счет увеличения силовой пары при соответствующем размере стержневых элементов с реверсивными устройствами и тарельчатыми пружинами, а также трансформации их из приопорных панелей нижних поясов в подкосы контурных ферм или наклонные ветви V-образных колонн.

Abstract. A new technical solution of spatial coverage made from cross-systems with pre-stressed contour trusses and reallocation of their jet (reference) and passing moments is presented. Pre-stressing regulation is combined with installation of supporting structures by means of lifting techniques for floors and coverings. Effectiveness of pre-stress by increasing the power couple with corresponding amount of pivot elements with reversing devices and disc springs is shown, as well as their transformation from relying panels of lower strakes in struts of contour trusses or sloping branches of V-shaped columns.

Ключевые слова: перекрестные системы, пространственные покрытия, предварительное напряжение, метод подъема перекрытий (покрытий).

Предлагаемое техническое решение относится к области строительства и может быть использовано в конструкциях покрытий зданий и сооружений. Наиболее близким к предлагаемому и принятым в качестве прототипа является пространственное покрытие, опертое по углам, преимущественно квадратного плана, содержащее контурные и расположенные внутри контура перекрестные несущие элементы в количестве не менее трех,

выполненные в виде вертикально или наклонно установленных равновысоких ферм. В местах пересечения одноименных поясов разноудаленных от контура внутренних перекрестных несущих элементов установлены прокладки (рис. 1), толщины которых составляют:

$$\Delta_1 = P_1\Delta_{11} + P_2\Delta_{12} + P_3\Delta_{13} + \dots + P_n\Delta_{1n}$$

$$\Delta_2 = P_1\Delta_{21} + P_2\Delta_{22} + P_3\Delta_{23} + \dots + P_n\Delta_{2n}$$

$$\Delta_3 = P_1\Delta_{31} + P_2\Delta_{32} + P_3\Delta_{33} + \dots + P_n\Delta_{3n}$$

.....

$$\Delta_n = P_1\Delta_{n1} + P_2\Delta_{n2} + P_3\Delta_{n3} + \dots + P_n\Delta_{nn}$$

где $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_n$ – толщины прокладок соответственно в первом, втором, третьем и последующем пересечениях; $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ – лишние связи перекрестной системы; $\Delta_{11}, \Delta_{12}, \Delta_{13}, \dots, \Delta_{1n}$ – перемещения от единичных сил соответственно от $P_1=1$ в первом пересечении, от $P_2=1$ в первом пересечении, от $P_3=1$ в первом пересечении и т.д.; n – степень статической неопределенности.

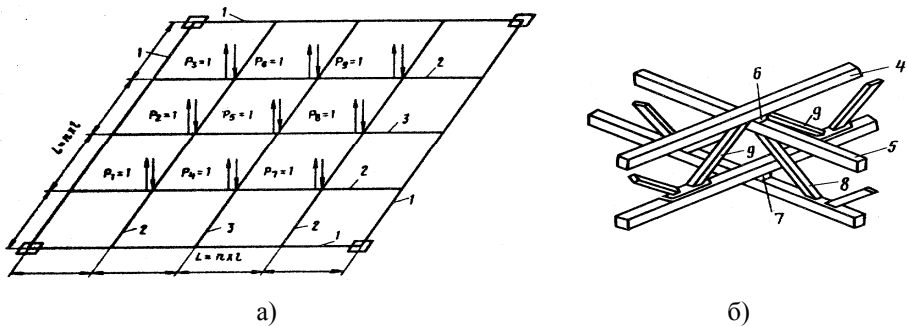


Рис. 1. Расчетная схема (а) и аксонометрия узла пересечения ферм (б) покрытия:

- 1 – контурные фермы; 2, 3 – фермы внутри контура; 4, 5 – одноименные (верхние, верхние; нижние, нижние) пояса в местах пересечения ферм 2 и 3;
- 6 – рабочие прокладки; 7 – конструктивные прокладки; 8, 9 – раскосы

Перекрестные фермы перемещают вертикально и в образовавшиеся зазоры между поясами устанавливают прокладки. В результате усилия в стержневых элементах ферм перераспределяются. При этом прокладки верхних поясов являются рабочими (предварительно напрягающими конструкцию), а прокладки нижних поясов – конструктивными (стыкующими съемные пояса) [1]. Итогом реализации такого решения

является выравнивание значений усилий поясных элементов перекрестных ферм. Однако недостаток приведенного пространственного покрытия из перекрестной системы заключается в значительной разнице усилий поясных элементов между внутренними и контурными фермами.

Техническим результатом предлагаемого решения является повышение степени унификации по сечению стержневых элементов перекрестной системы с уменьшением расхода конструкционного материала при достижении одинаковых значений поясных усилий внутренних и контурных ферм. Такой результат достигается за счет того, что в пространственном покрытии из перекрестной системы, опертю по углам, преимущественно квадратного плана, содержащем контурные и внутренние равновысокие фермы, стержневые элементы приопорных (так называемых «нулевых») панелей нижних поясов контурных ферм снабжены парными реверсивными устройствами из стяжных шпилек и тарельчатых пружин для регулирования предварительным напряжением опорных (карнизных) узлов с перераспределением реактивных (опорных) и пролетных моментов контурных несущих элементов перекрестной системы [2]. Значительно повысить эффективность предварительного напряжения можно за счет увеличения плеча силовой пары при соответствующем размере стержневых элементов с реверсивными устройствами и трансформации их из приопорных панелей нижних поясов в подкосы контурных ферм или наклонные ветви угловых V-образных колонн (рис. 2, 3, 4). Регулирование предварительным напряжением опорных узлов целесообразно совместить с монтажом несущих конструкций по методу подъема перекрытий (покрытий).

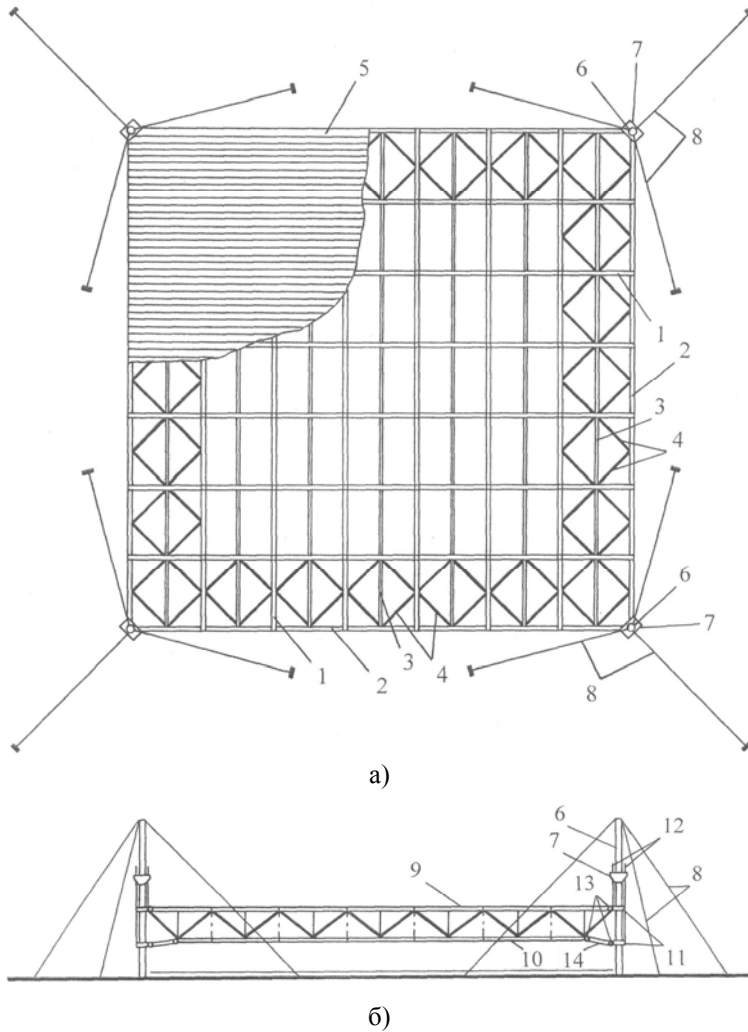


Рис. 2. Схемы пространственного покрытия из перекрестной системы в процессе монтажа по методу подъема: а – вид сверху; б – вид сбоку в начальной стадии подъема; 1 – внутренние фермы; 2 – контурные фермы; 3 – прогоны; 4 – приконтурные связи по нижним поясам ферм; 5 – профилированный настил; 6 – угловые колонны; 7 – подъемники; 8 – расчалки; 9 – верхний пояс контурных ферм; 10 – нижний пояс контурных ферм; 11 – парные обоймы; 12 – грузовые туги; 13 – шарниры; 14 – стержневые элементы с парными реверсивными устройствами

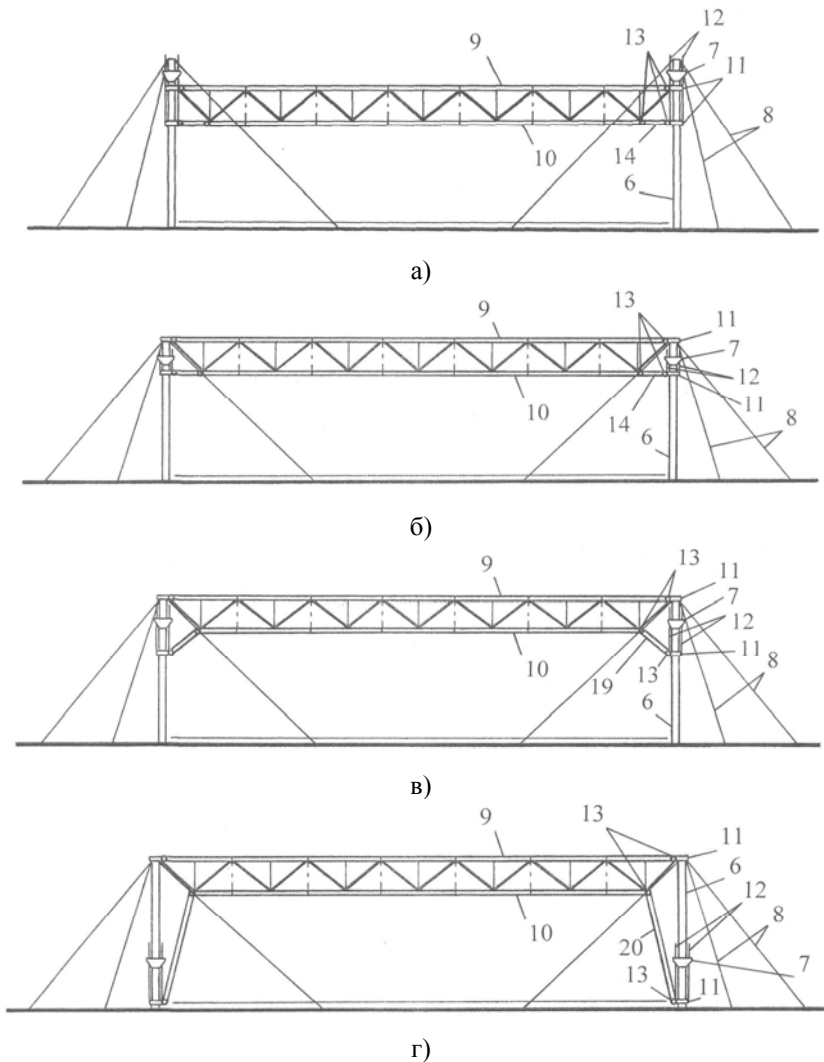


Рис. 3. Схеми просторового покриття із перекрестної системи в процесі монтажу по методу підйому:

- а – вид сбоку в проміжній стадії підйому; б – вид сбоку в завершальній стадії підйому; в – вид сбоку покриття з підкосами контурних ферм в завершальній стадії підйому; г – вид сбоку покриття з нахилними ветвями кутових колон в завершальній стадії підйому; 6 – кутові колонни; 7 – підйомники; 8 – расчалки; 9 – верхній пояс контурних ферм; 10 – нижній пояс контурних ферм; 11 – парні обійми; 12 – грузові тяги; 13 – шарнири; 14 – стержневі елементи з парними реверсивними пристроями; 19 – підкоси контурних ферм; 20 – нахилні гілки кутових колон

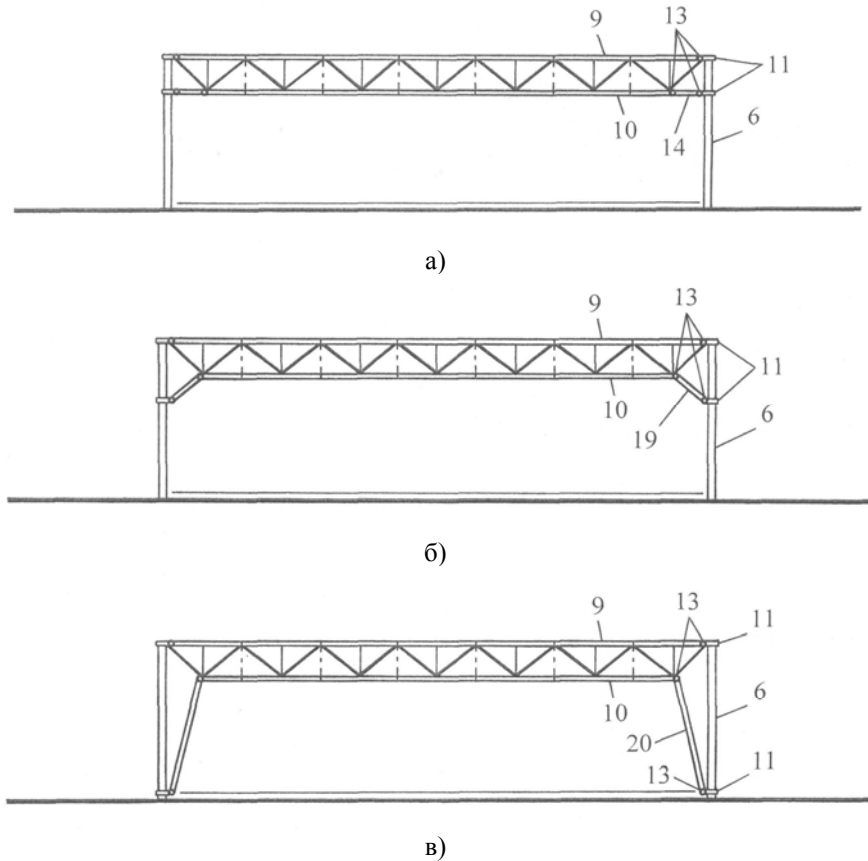


Рис. 4. Схемы пространственного покрытия из перекрестной системы:
а – вид сбоку покрытия после монтажа; б – вид сбоку покрытия с подкосами
контурных ферм после монтажа; в – вид сбоку покрытия с наклонными ветвями
угловых колонн после монтажа; 6 – угловые колонны; 9 – верхний пояс
контурных ферм; 10 – нижний пояс контурных ферм; 11 – парные обоймы;
13 – шарниры; 14 – стержневые элементы с парными реверсивными
устройствами; 19 – подкосы контурных ферм;
20 – наклонные ветви угловых колонн

Предлагаемое пространственное покрытие имеет достаточно универсальное техническое решение. Его можно использовать, например, для минимального расхода конструкционного материала, когда посредством предварительного напряжения величина максимального балочного момента перераспределяется между опорами и пролетом поровну. При этом значения поясных усилий внутренних и контурных ферм выравниваются, что повышает степень унификации по сечению стержневых элементов, а прогиб в середине пролета уменьшается более

чем на одну треть. Кроме того, переход от шарнирных опираний перекрестной системы пространственного покрытия к жестким максимально разгружает фундаменты и основания (или другие опорные конструкции), так как жесткие закрепления опорных конструкций (колонн), сосредоточенные в фундаментах, можно перенести и рассредоточить в несущих конструкциях покрытий и перекрытий. Это позитивно влияет на несущую способность и силовое сопротивление каркасов, в том числе, динамическим нагрузкам значительной интенсивности, включая сейсмические и крановые воздействия.

Пространственное покрытие из перекрестной системы включает в свой состав внутренние фермы 1 и равновысокие им контурные фермы 2. Каждая из ячеек перекрестной системы делится пополам прогонами 3. При пролетах 30 м и более обычно устанавливают приконтурные связи 4 по нижним поясам ферм [3]. По верхним поясам ферм и прогонам уложены стальные оцинкованные листы профилированного настила 5. Опорами перекрестной системы служат угловые колонны 6, которые разработаны с учетом монтажа покрытия по методу подъема, закрепления на них подъемников 7 и монтируемых конструкций (рис. 5, 6) [4, 5].

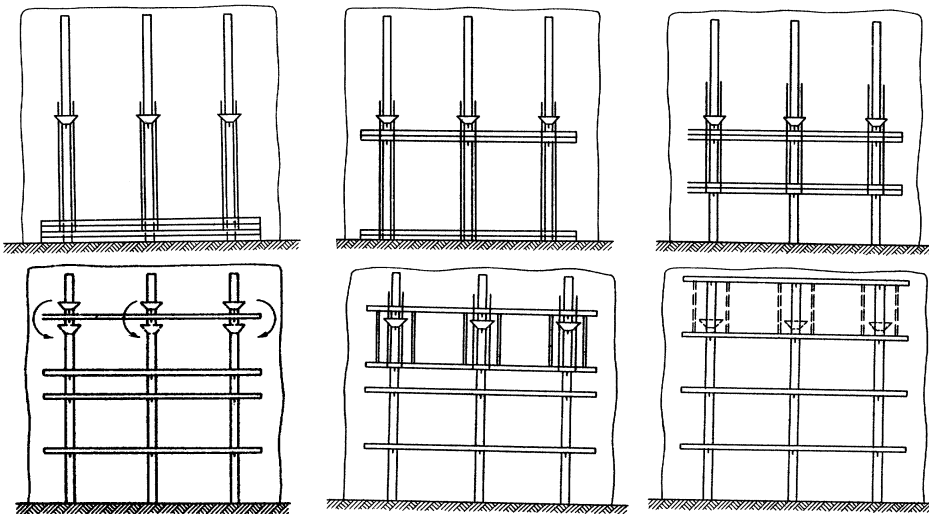


Рис. 5. Схемы возведения сооружения (здания) методом подъема перекрытий и покрытия

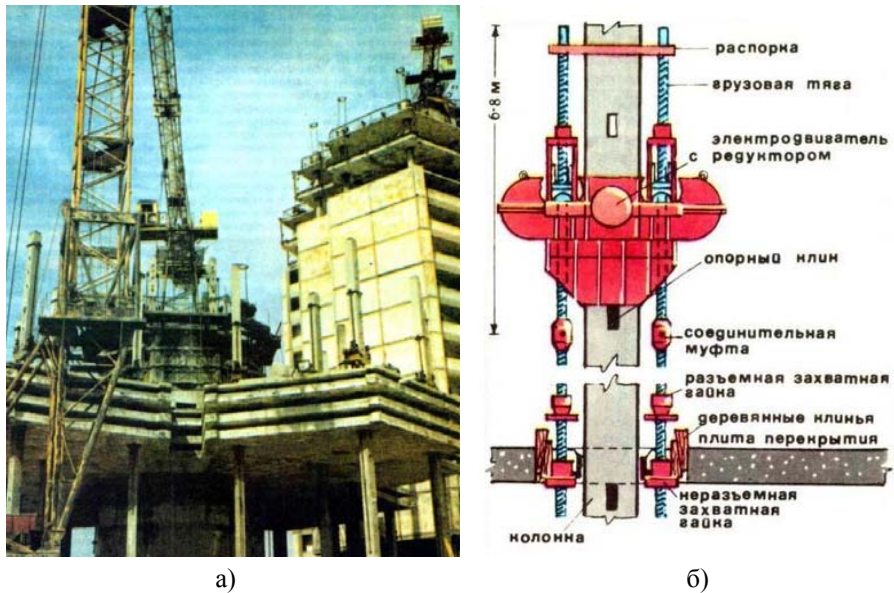


Рис. 6. Общий вид возведения здания методом подъема перекрытий (а)
и схема расположения подъемника на колонне (б)

Монтаж покрытия начинают с установки угловых колонн 6, которые центрируют в фундаментах и закрепляют в вертикальном положении при помощи расчалок 8. На планировочной поверхности сборку перекрестных ферм (внутренних 1 и контурных 2) из отправочных марок (длиной, равной их шагу в обоих ортогональных направлениях) ведут от центрального узла пересечения или центральной ячейки, последовательно подрачивая против хода или по ходу часовой стрелки. Такая очередность сборки обеспечивает равномерное распределение всех неточностей монтируемых конструкций. Узлы сопряжений верхних поясов 9 и нижних поясов 10 контурных ферм 2 с колоннами 6 решены при помощи парных обойм 11, выполненных с учетом их закрепления на колоннах в процессе монтажа (демонтажа) и эксплуатации, а также соединения с грузовыми тягами 12 подъемников 7. Верхний пояс 9 контурной фермы 2 соединен с верхней обоймой 11 шарниром 13. Нижний пояс 10 контурной фермы 2 связан с нижней обоймой 11 при помощи двух шарниров 13, между которыми устанавливают стержневой элемент 14 с парными реверсивными устройствами. Последние включают в свой состав стержневые шпильки 15 (укомплектованные необходимыми шайбами, гайками и контргайками) и тарельчатые пружины 16, объединяющие в единое целое две опорные части 17 и одну ствольную часть 18 стержневого элемента 14. За счет соответствующего размера ствольной части 18 стержневой элемент 14 из приопорной панели нижнего пояса 10 можно трансформировать в подкос 19 контурной фермы 2 или наклонную ветвь 20 угловой колонны 6.

Стержневые элементы 14 с парными реверсивными устройствами изготавливают в заводских условиях. Каждый такой элемент собирают из двух опорных частей 17 и одной ствольной части 18 (рис. 7). Опорная часть 17 представляет собой обойму стаканной формы, дном которой является плита 21 с деталями шарнира 13. Патрубки 22 в количестве четырех штук для пропуска стяжных шпилек 15 закреплены на углах боковых граней обоймы опорной части 17 при помощи двух диафрагм 23. На угловых участках этих же граней в промежутках между плитами 21 и патрубками 22 выполнены прорезы, в которых размещены торцевые кронштейны 24 ствольной части 18. Аналогично патрубки 22 в количестве четырех штук для пропуска стяжных шпилек 15 закреплены на кронштейнах 24 при помощи двух диафрагм 25. Размер прорезей в опорной части 17 и расстояние между соосными патрубками 22 обеспечивают необходимый запас хода стяжных шпилек 15 для регулирования уровня предварительного напряжения с помощью тарельчатых пружин 16.

После укрупнительной сборки перекрестной системы на планировочной поверхности ее внутренние фермы 1 и контурные фермы 2 тщательно выверяют и затягивают болтовые соединения монтажных стыков. По верхней поясной сетке перекрестной системы устанавливают и надежно закрепляют прогоны 3 и профилированные листы настила 5 (с образованием жесткого диска), а по нижней поясной сетке – приконтурные связи 4. Собранный таким образом пространственный покрытие обладает вполне достаточным ресурсом несущей способности для того, чтобы его можно было транспортировать вверх на проектную отметку. На угловые колонны 6 устанавливают подъемники 7, а их грузовые тяги 12 соединяют с верхними обоймами 11, которые являются опорными узлами для контурных ферм 2 и через шарниры 13 непосредственно соединены с верхними поясами 9. Верхние и нижние обоймы 11 конструктивно решены с использованием гнутых фланцев 26, подкрепленных диафрагмами жесткости 27 (рис. 8) [6, 7]. Удлиненные отогнутые полки трех фланцев 26 из четырех (формирующих одну обойму 11) выполнены с отверстиями и под монтажные болты, и для шарниров 13. Диафрагмы жесткости 27 для пропуска и закрепления грузовых тяг 12 тоже выполнены с отверстиями, подкрепленными патрубками 28. Кроме того, для закрепления на колоннах 6 подъемников 7 и транспортируемых ими конструкций при помощи опорных клиньев 29 в противоположных фланцах на участках между отогнутыми полками сделаны отверстия, совпадающие с отверстиями в стволе колонны.

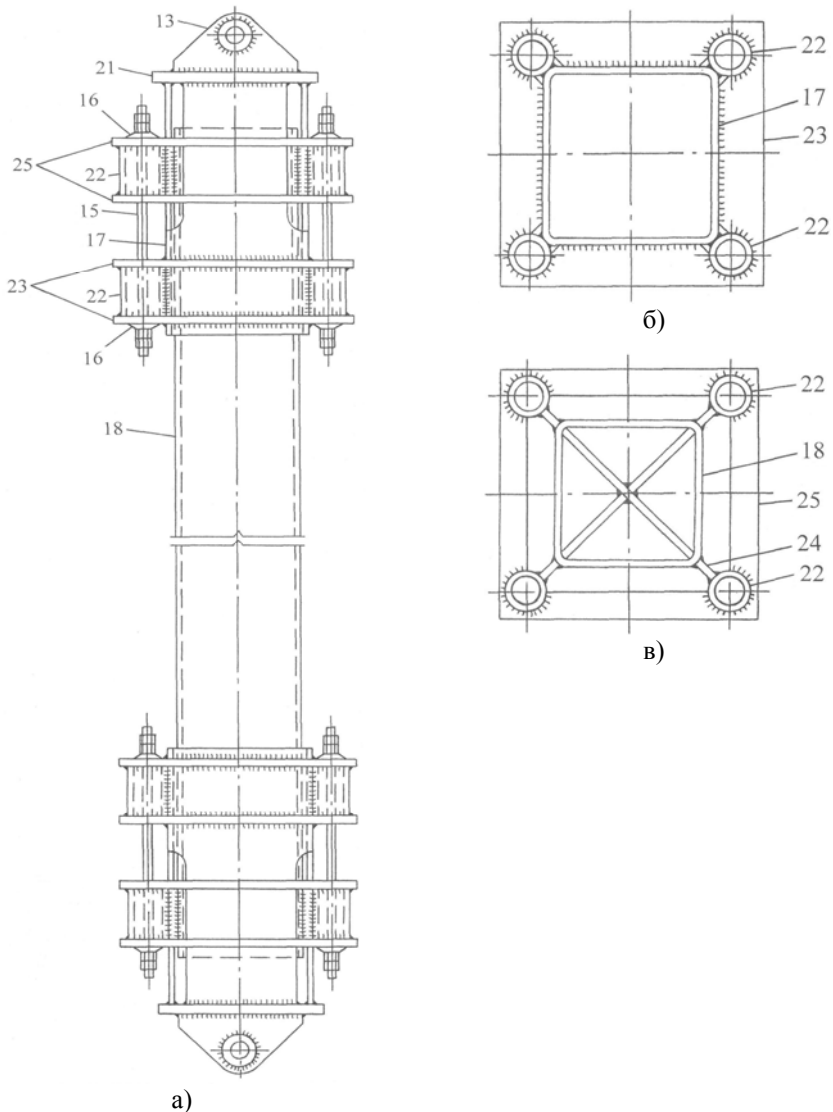


Рис. 7. Схемы стержневого элемента 14 с реверсивными устройствами:
а – общий вид; б – поперечный разрез опорной части реверсивного устройства;
в – поперечный разрез ствольной части реверсивного устройства; 13 – детали шарниров; 15 – стяжные шпильки с комплектами шайб, гаек и контргаек; 16 – тарельчатые пружины; 17 – парные опорные части; 18 – ствольная часть; 21 – плита; 22 – патрубки; 23 – парные диафрагмы опорных частей; 24 – кронштейны; 25 – парные диафрагмы ствольной части

Перед началом подъема стержневые элементы 14 с парными реверсивными устройствами приводят в состояние свободной подвески на шарнирах 13 между нижними обоймами 11 и нижними поясами 10 контурных ферм 2. Чтобы избежать заклинивания нижней обоймы 11 во время подъема, ее поддерживают в горизонтальном положении при помощи временной подвески к верхней обойме 11 из элементов одной из грузовых тяг 12. Для транспортировки смонтированных конструкций с планировочной поверхности на проектную высотную отметку целесообразно использовать стандартную систему электромеханического оборудования из подъемников с номинальной грузоподъемностью по 50 тонн каждый, обеспечивающую их синхронную работу в автоматическом режиме [8]. Мощность этого оборудования рассчитана для подъема, в основном, железобетонных перекрытий, масса которых много больше массы металлических конструкций. Поэтому такая грузоподъемность вполне достаточна и для подъема смонтированной конструкции, и для создания в ней предварительного напряжения рассчитанной по проекту интенсивности. Технологическую операцию создания предварительного напряжения целесообразно совместить с завершающей стадией подъема, когда, в соответствии с известным техническим решением [7], подъемники демонтируют и устанавливают ниже верхнего уровня монтируемых конструкций, а в данном случае под верхними поясами 9 контурных ферм 2. Процесс подъема возобновляют и продолжают до тех пор, пока верхние обоймы 11 не займут проектное положение, которое можно зафиксировать и надежно закрепить. На этом завершают подъем конструкций и приступают к их предварительному напряжению. После тщательной контрольной проверки фактического положения всех конструкций и уточнения их геометрических параметров с максимально возможной точностью при помощи резьбовых соединений стяжных шпилек 15 регулируют линейные размеры всех стержневых элементов 14. Выполняют это с таким расчетом, что при подтягивании нижних обойм 11 к уже закрепленным верхним обоймам состояние свободной подвески в стержневых элементах 14 плавно сменяется их укорочением, сопровождаемым равномерным обжатием нижних поясов 10 контурных ферм 2 и соответствующим растяжением верхних поясов 9. Проектный уровень предварительного напряжения должен быть зафиксирован в тот момент, когда продольные оси стержневых элементов 14 совпадут с продольными осями нижних поясов 10. После контрольной проверки выполнения данного требования нижние обоймы 11 можно надежно закрепить, а подъемники 7 и расчалки 8 демонтировать.

Если в пространственном покрытии из перекрестной системы приопорные панели 14 нижнего пояса контурных ферм трансформированы в подкосы 19 тех же ферм, то завершающая стадия подъема также будет несколько отличаться от приведенной выше. Расстояние между верхними и нижними

парными обоймами 11 превышает высоту контурных ферм. В предыдущем случае подъемники 7 демонтировали и устанавливали ниже верхних поясов, но выше нижних поясов контурных ферм. В данном случае устанавливать подъемники можно выше, ниже или на одном уровне с нижними поясами. Выбор выполняют с тем расчетом, чтобы при подтягивании нижних обоек 11 к уже закрепленным верхним обоймам в стержневых элементах подкосов 19 имело место плавное укорочение, сопровождаемое равномерным обжатием нижних поясов 10 контурных ферм 2 и соответствующим растяжением верхних поясов 9. Проектный уровень предварительного напряжения должен быть зафиксирован в тот момент, когда продольные оси подкосов 19 совпадут с их проектным положением, определяемым, например, технико-экономическим анализом несущих конструкций [9]. После контрольной проверки выполнения данного требования нижние обоймы 11 можно надежно закрепить, а подъемники 7 и расчалки 8 демонтировать.

Аналогично, если в пространственном покрытии из перекрестной системы приопорные панели 14 нижнего пояса контурных ферм трансформированы в наклонные ветви 20 угловых колонн 6, то завершающая стадия подъема также будет отличаться от приведенных выше. Расстояние между верхними и нижними парными обоймами 11 определяется высотой угловых колонн. В рассматриваемом случае демонтировать и устанавливать подъемники 7 целесообразно ближе к основаниям колонн с тем расчетом, чтобы при подтягивании нижних обоек 11 к уже закрепленным верхним обоймам в стержневых элементах наклонных ветвей 20 имело место плавное укорочение, сопровождаемое равномерным обжатием нижних поясов 10 контурных ферм 2 и соответствующим растяжением верхних поясов 9. Проектный уровень предварительного напряжения, как и в предыдущем случае, должен быть зафиксирован в тот момент, когда продольные оси наклонных ветвей 20 совпадут с их проектным положением, определяемым, например, оптимизацией угла наклона ветвей V-образных колонн [10]. По аналогии с рассмотренными случаями, после контрольной проверки выполнения данного требования нижние обоймы 11 можно надежно закрепить, а подъемники 7 и расчалки 8 демонтировать.

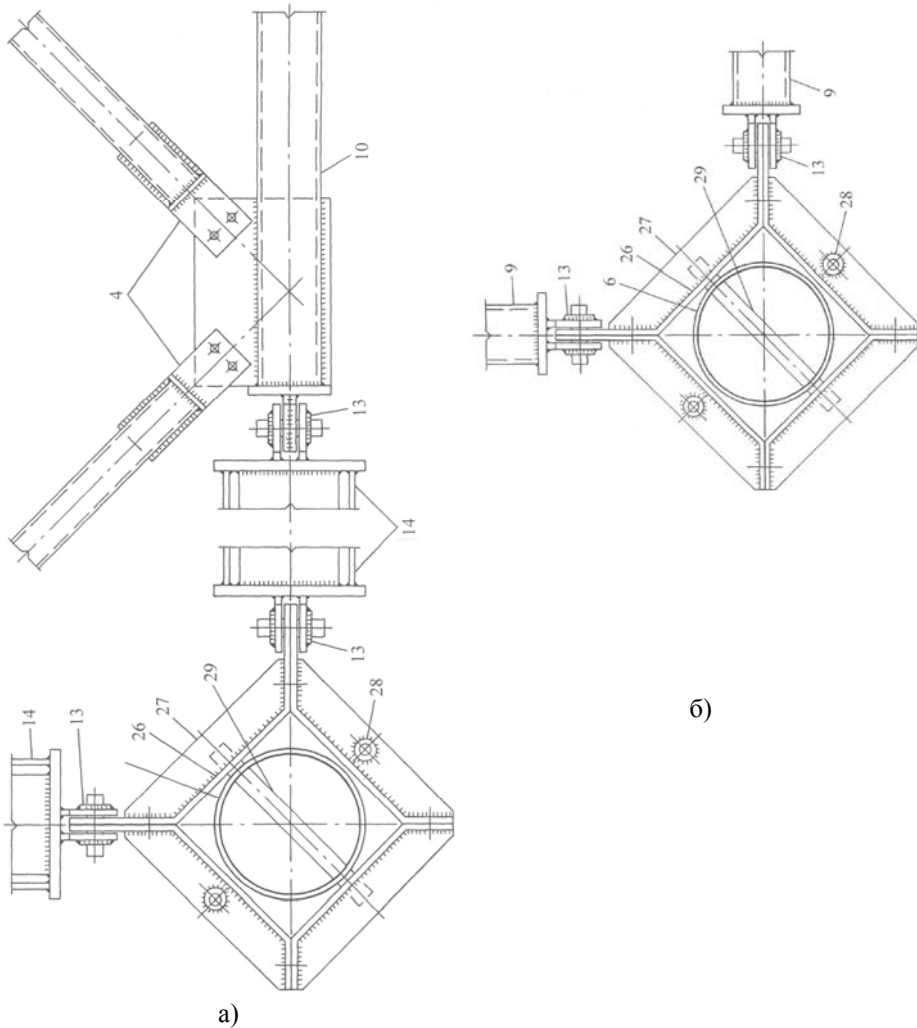


Рис. 8. Схематичні види зверху вузлів сопряження нижніх поясів (а) і верхніх поясів (б) контурних ферм с угловою колонною:

- 4 – приконтурні зв'язи по нижнім поясам ферм; 6 – углова колонна;
- 9 – верхні пояса контурних ферм; 10 – нижній пояс контурної ферми;
- 13 – шарнири; 14 – стержневі елементи с реверсивними пристроями;
- 26 – гнуті фланці; 27 – діафрагми жорсткості; 28 – отвори; підкріплені патрубками; 29 – опорний клин

При підведенні деяких висновків по технічному рішенню попереднього напруження опорних (карнизних) вузлів контурних ферм перехрестних систем можна зробити висновок, що воно має достатню і необхідну перспективність для більш детальної проработки.

Выводы

1. Для качественной и количественной оценки эффективности управления параметрами легких металлических конструкций использованы их статические свойства, поэтому не меньший практический интерес представляет учет также их динамических (амплитудно-частотных) характеристик.
2. Положительный эффект управляемых конструкций пространственных покрытий из перекрестных систем, выявленный в условиях их применения для нового строительства, может оказаться более весомым в аналогичных условиях использования для реконструкции и модернизации существующих объектов.
3. Оба сформулированных вывода целесообразно связать напрямую с повышением сейсмостойкости несущих конструкций зданий и сооружений при помощи гибких верхних этажей (ГВЭ), выполняющих функции динамических гасителей колебаний, разработанных до землетрясения в Спитаке и реализованных на практике после него [11, 12].
4. Включение в состав рассматриваемых конструкций трубобетонных элементов круглых и квадратных сечений, а также монолитных плит с внешним армированием и несъемной опалубкой в виде настилов из стальных профилированных оцинкованных листов может обеспечить дополнительный эффект.

Литература

- [1] А. с. 1135875 СССР, МКИ Е 04 В 7/14. Пространственное покрытие / А. Я. Прицкер, В. В. Трофимович, М. А. Давлятов. – № 3607082/29-33; заявл. 17.06.1983 ; опубл. 23.01.1985, Бюл. № 3. – 4 с. : ил.
- [2] Пат. 2539524 Российская Федерация, МПК Е 04 В 7/14. Пространственное покрытие из перекрестной системы / А. С. Марутян. – № 2013136297/03; заявл. 01.08.2013 ; опубл. 20.01.2015, Бюл. № 2. – 19 с. : ил.
- [3] Трофимов В. И. Легкие металлические конструкции зданий и сооружений : учебное пособие / В. И. Трофимов, А. М. Каминский. – М. : Изд-во АСВ, 2002. – С. 107.
- [4] А. с. 1087638 СССР, МКИ Е 04 G 21/14. Способ возведения сооружений методом подъема / А. О. Саакян, Р. О. Саакян, С. Х. Шахназарян, К. Г. Мовсесов. – № 3567822/29-33 ; заявл. 05.04.1983 ; опубл. 23.04.1984, Бюл. № 15. – 4 с. : ил.
- [5] Александров П. Начнем с потолка / П. Александров // Техника-молодежи. – 1989. – № 3. – С. 30–34.

- [6] А. с. 1283322 СССР, МКИ Е 04 В 1/58, 1/24. Узел соединения перекрестных стержневых конструкций / С. И. Аванесов, В. И. Трофимов, А. С. Марутян, А. Я. Прицкер, В. А. Аденский, И. Л. Пименов. – № 3956855/29-33 ; заявл. 26.09.1985 ; опубл. 15.01.1987, Бюл. № 2. – 2 с. : ил.
- [7] Шагинян С. Г. Пространственные покрытия зданий и сооружений / С. Г. Шагинян, С. И. Аванесов, А. С. Марутян // НТО стройиндустрии. – М. : Стройиздат, 1988. – С. 42–44.
- [8] Саакян А. О., Саакян Р. О., Шахназарян С. Х. Возведение зданий и сооружений методом подъема: Исследования, проектирование, строительство / А. О. Саакян, Р. О. Саакян, С. Х. Шахназарян. – М. : Стройиздат, 1982. – 551 с.
- [9] Кузнецов И. Л. Новые конструктивные решения стальных каркасов легких многопролетных зданий / И. Л. Кузнецов, М. А. Салахутдинов, Л. Р. Гимранов. – Казань : Известия КазГАСУ, 2011. – № 1(15). – С. 88–92.
- [10] Салахутдинов М. А. Оптимизация параметров нового конструктивного решения стального каркаса многопролетного здания / М. А. Салахутдинов, И. Л. Кузнецов. – Казань : Известия КазГАСУ, 2012. – № 2(20). – С. 94–98.
- [11] А. с. 1393895 СССР, МКИ Е 04 Н 9/02. Многоэтажное сейсмостойкое здание / Э. Е. Хачиян, З. М. Хлгатын, М. Г. Мелкумян. – № 4059944/29-33 ; заявл. 22.04.1986 ; опубл. 07.05.1988, Бюл. № 17. – 4 с. : ил.
- [12] Мелкумян М. Г. Исследование эффективности одно- и двухмассового динамического гасителя колебаний на модели каркасного здания при вибрационных испытаниях / М. Г. Мелкумян // Инженерно-строительный журнал. – 2012. – № 5. – С. 23–29.

Надійшла до редколегії 25.07.2016 р.

УДК 624.012.35:620.173/174

Розрахунок міцності нормальних і похилих перерізів залізобетонних згинальних елементів у контексті з теорією класичного опору матеріалів

Кочкаръов Д.В., к.т.н., Бабич В.І., к.т.н.

Національний університет водного господарства та природокористування,
Україна

Анотація. Запропоновано практичну методику розрахунку нормальних і похилих перерізів згинальних залізобетонних елементів, яка базується на використанні розрахункових опорів залізобетону. Наведено порядок визначення міцності перерізів залізобетонних елементів та визначення необхідної площі перерізу арматури. Розглянуті переваги представленої методики.

Аннотация. Предложена практическая методика расчета нормальных и наклонных сечений изгибаемых железобетонных элементов с использованием расчетных сопротивлений железобетона. Приведен порядок определения прочности сечений железобетонных элементов и определения необходимой площади сечения арматуры. Рассмотрены преимущества предложенной методики.

Abstract. Practical calculation method is proposed for normal and oblique sections of bending concrete elements based on use of calculated resistance of reinforced concrete. The order for determining the strength of sections of concrete elements and determining necessary cross-sectional area of reinforcement is presented. Advantages of presented techniques are considered.

Ключові слова: залізобетон, згин, балка, опір.

Струнка, логічна та проста теорія опору матеріалів придатна для розрахунку однорідних матеріалів, які на розрахунковій стадії працюють пружно. У будівельній практиці, у переважній більшості, використовують такі матеріали, в яких на цій стадії проявляються пластичні властивості. Застосовувати для розрахунку елементів за граничними станами прості формули опору матеріалів можна лише, вводячи до них поправочні коефіцієнти, які враховують зміну деформативних властивостей матеріалів за відповідного стану. Таким чином діють у розрахунках елементів із металу, дерева та частково будівельного каменю. А от розрахунок залізобетонних елементів і конструкцій виконують за розрахунковими методиками, в яких формули опору матеріалів використовують епізодично.

Спроби системного застосування формул опору матеріалів були на початку творення теорії розрахунку залізобетону, але безрезультатні через особливості роботи матеріалу: він не є однорідним, а комплексним матеріалом; у бетоні навіть за незначних напружень проявляються

пластичні деформації; залізобетон може працювати з тріщинами, що не є допустимим в однорідних матеріалах. Накопичені на даний час багаторічні знання щодо роботи та розрахунку залізобетону, введення нормативних документів з розрахунку за деформаційною моделлю дозволяють виконувати розрахунок залізобетонних елементів і конструкцій у тісному взаємозв'язку з теорією опору матеріалів. Для подальшого формування такої методики розрахунку залізобетону: 1) приймемо залізобетон як єдиний матеріал зі своїми характеристиками; 2) введемо такі поняття як "розрахунковий опір залізобетону за різних силових впливів f_{zi} "; "напруження у залізобетоні за відповідних рівнів навантаження та впливів σ_{zi} "; "сумарні відносні деформації залізобетону $\Sigma\varepsilon$ ", які являють суму деформацій стиснутої грані перерізу та розтягнутої арматури.

Залізобетонні елементи та конструкції розраховують за першою та другою групами граничних станів на основі рівнянь рівноваги зовнішніх та внутрішніх зусиль у перерізах, умов деформування перерізів і елементів, діаграм стану бетону та арматури. Розрахунок деформаційним методом з однієї сторони значно ускладнив розрахункові процеси, з іншої сторони – надав науковцям і проектувальникам більшої свободи у формуванні розрахункового апарату. Так, єдиний запис рівнянь рівноваги внутрішніх і зовнішніх зусиль можна використати для всіх розрахунків від утворення тріщин до обчислення несучої здатності при зміні параметрів напружено-деформованого стану перерізів за відповідної стадії та критеріїв досягнення необхідного стану.

Найбільш поширені у будівництві згинальні та позацентрово стиснуті залізобетонні елементи. Саме їх розрахунок становить найбільшу складність. В одній статті неможливо охопити все, що стосується розрахунків, тому зупинимось на формуванні розрахункового апарату згинальних залізобетонних елементів прямокутного профілю, узагальнюючи підходи для отримання параметрів напружено-деформованого стану перерізів.

Від початку завантаження до руйнування постійно змінюється напружено-деформований стан перерізів: згинальний елемент працює без тріщин, в окремих перерізах виникають тріщини, частина перерізів працює без тріщин до самого руйнування, розкриваються тріщини, змінюється кривина елемента, наступає руйнування найбільш напруженого перерізу. Кожна стадія роботи характеризується своїми рівняннями рівноваги внутрішніх і зовнішніх зусиль у перерізі.

До того ж елемент може буди з одиничним і подвійним армуванням. Запишемо для експлуатаційної стадії (рис. 1) рівняння рівноваги зусиль у перерізі без тріщин після деяких перетворень у такому вигляді:

$$\frac{E_s(k-1) \int_0^{\frac{\sigma_{s,m}}{E_s(k-1)}} \sigma_c d\varepsilon}{\sigma_{s,m}} - \frac{(k-1+kn) \int_0^{\varepsilon_{ctu}} \sigma_{ct} d\varepsilon}{\varepsilon_{ctu}} - \sigma_{s,m} k \rho_f + \frac{k(1-kn)}{k-1} \rho_{fc} \sigma_{s,m} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{E_s^2(k-1)^2 \int_0^{\frac{\sigma_{s,m}}{E_s(k-1)}} \sigma_c \varepsilon d\varepsilon}{k^2 \sigma_{s,m}^2} + \frac{(k-1+kn)^2 \int_0^{\varepsilon_{ctu}} \sigma_{ct} \varepsilon d\varepsilon}{k^2 \varepsilon_{ctu}^2} + \frac{k-1}{k} \sigma_{s,m} \rho_f + \frac{(1-kn)^2}{k(k-1)} \rho_{fc} \sigma_{s,m} = \frac{M}{bd^2}, \quad (2)$$

де σ_c , σ_t – функції напружень у бетоні стиснутої та розтягнутої зон;
 σ_{si} – напруження в арматурі розтягнутої зони у різних стадіях роботи;

$$k = \frac{d}{x}; \quad n = \frac{a_{sc}}{d}; \quad \rho_{fc} = \frac{A_{sc}}{bd}; \quad \rho_f = \frac{A_s}{bd}. \quad (3)$$

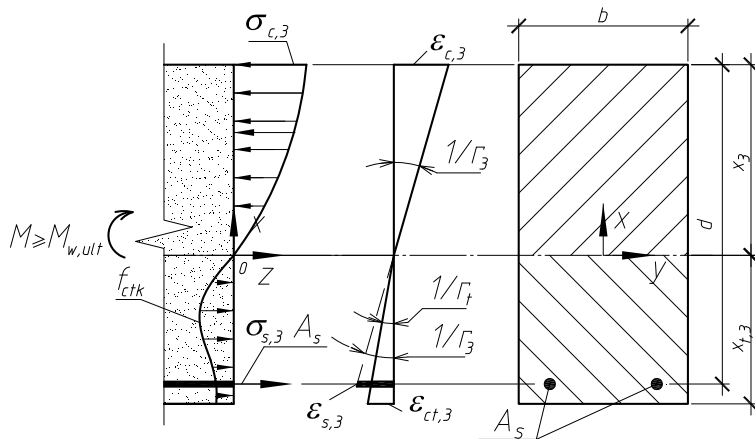


Рис. 1. Стадія напружено-деформованого стану в перерізі без тріщин, при $M \geq M_{w,ult}$

Сума моментів зусиль прийнята відносно нейтральної лінії. Розв'язуючи спільно рівняння (1) і (2), отримаємо значення k . Ліва частина виразу (2) не включає розмірів перерізу елемента, арматура представлена процентом армування і тільки характеристики бетону та арматури виражені

абсолютними значеннями. Результат обчислення за формулою (2) не зміниться, якщо ліву та праву частини її помножити на довільне число (крім нуля). Помножимо їх на 6. Тоді праву частину, спираючись на опір матеріалів, запишемо так:

$$\frac{6M}{bd^2} = \frac{M}{W_c} = \sigma_{zM}, \quad (4)$$

де M – момент, який діє у перерізі на розглядуваній стадії роботи елемента; W_c – пружний момент опору робочого перерізу бетону; σ_{zM} – напруження у залізобетоні перерізу на розглядуваній стадії роботи елемента.

Враховуючи викладене, рівняння (2) запишемо так:

$$\frac{E_s^2 (k-1)^2 \int_0^{\frac{\sigma_{s,m}}{E_s(k-1)}} \sigma_c \varepsilon d\varepsilon}{k^2 \sigma_{s,m}^2} + \frac{(k-1+kn)^2 \int_0^{\varepsilon_{ct}} \sigma_{ct} \varepsilon_{ct} d\varepsilon}{k^2 \varepsilon_{ct}^2} + \frac{k-1}{k} \sigma_{s,m} \rho_f + \frac{(1-kn)^2}{k(k-1)} \rho_{fc} \sigma_{s,m} = \sigma_{zM}. \quad (5)$$

Розглядаючи конкретну стадію роботи елемента – до утворення первинних тріщин, переріз з тріщиною, переріз без тріщини між двома тріщинами, елемент з одиничним або подвійним армуванням, короткочасна чи тривала дія навантажень – та використовуючи додаткову систему умов, отримують параметри напружено-деформованого стану (НДС) перерізу на цій стадії. На кожній з них склад системи додаткових умов свій, а взагалі вони включають: функції напружень у бетоні та арматурі; гіпотезу плоских перерізів для бетону та арматури; умову мінімуму потенціальної енергії; критерій настання розглядуваної стадії; зміну деформацій в арматурі та бетоні на ділянці між тріщинами.

Для розрахунку згинальних елементів у стадії експлуатації потрібні такі параметри НДС: напруження у залізобетоні σ_{zM} , напруження в арматурі у перерізі з тріщиною та без тріщини σ_s або усереднені напруження σ_{zm} , сумарні деформації стиснутої грані перерізу та розтягнутої арматури $\Sigma\varepsilon$, розрахунковий опір залізобетону на утворення тріщин f_{zW} . Всі названі параметри розраховані залежно від класів бетону, арматури та процентів армування перерізу і зведені у таблиці, які наведені в [1, 2, 3].

Перераховані параметри НДС мають функціональний зв'язок між собою і знаходяться у певній математичній залежності. Найбільш проста і чітка залежність прослідковується між напруженнями у залізобетоні σ_{zM} і напруженнями в арматурі σ_s . Розрахувавши параметри для різних рівнів навантаження та процентів армування, одержали прямолінійну залежність:

$$\sigma_{zM} = \alpha \sigma_s \quad (6)$$

з коефіцієнтами кореляції у межах $0,97-0,985$. Значення коефіцієнта пропорційності α , зокрема, при розрахункових величинах характеристик міцності бетону та арматури наведені [4].

У розрахунках за несучою здатністю приймають такі критерії руйнування перерізу:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dM}{d\varepsilon} = 0 \text{ або } \frac{dM}{d1/r} = 0 \text{ при } \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}; \\ \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}; \quad \varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_{su}. \end{array} \right. \quad (7)$$

При цьому досягнення несучої здатності може наступати при різних комбінаціях напружень у розтягнутій та стиснутій арматурі:

$$\begin{array}{l} 1) \sigma_{sc} = f_{yc}; \sigma_s < f_{yd}; \quad 2) \sigma_{sc} = f_{yc}; \sigma_s = f_{yd}; \\ 3) \sigma_{sc} < f_{yc}; \sigma_s < f_{yd}; \quad 4) \sigma_{sc} < f_{yc}; \sigma_s = f_{yd}. \end{array} \quad (8)$$

У граничному стані за міцністю напруження у залізобетоні дорівнюють розрахунковому опору залізобетону на згин f_{zM} , тобто аналогічно до формули (4) запишемо

$$f_{zM} = \frac{M_{Ed}}{W_c}. \quad (9)$$

Враховуючи критерії (7), умови роботи арматури (8), формула (5) у розрахунках несучої здатності для кожної з умов (8) набуде вигляду:

$$f_{zM,1} = 6 \frac{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon + \rho_{fc} f_{yc} (k - nk^2) + \varepsilon_c (k-1)^2 k \rho_f E_s}{\varepsilon_c^2 k^2}; \quad (10)$$

$$f_{zM,2} = 6 \frac{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon + \rho_{fc} f_{yc} (k - nk^2) + \rho_f f_{yd} (k^2 - k)}{\varepsilon_c^2 k^2}; \quad (11)$$

$$f_{zM,3} = 6 \varepsilon_c \frac{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon + E_s \rho_{fc} (1 - nk)^2 k + E_s \rho_f (k - 1)^2 k}{\varepsilon_c^3 k^2}; \quad (12)$$

$$f_{zM,4} = 6 \varepsilon_c \frac{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon + E_s \rho_f (1 - nk)^2 k + \frac{f_{yd}}{\varepsilon_c} \rho_f (k - 1) k}{\varepsilon_c^3 k^2}. \quad (13)$$

Значення k для наведених формул отримують із рівняння суми проєкцій внутрішніх зусиль на поздовжню вісь елемента за відповідних напружень в арматурі при руйнуванні елемента.

Обчисливши значення розрахункового опору залізобетону f_{zM} за формулами (10)–(13), приймаємо найменше з них як розрахунковий опір залізобетону для конкретних класів арматури та бетону і проценту армування. За одиничного армування у формулах (10)–(13) арматуру стиснутої зони приймають такою, що дорівнює нулю. Для зменшення об'єму розрахункових обчислень при проектуванні залізобетонних елементів на основі чисельних розрахунків складені таблиці розрахункового опору залізобетону для елементів з одиничним армуванням $f_{zM,1}$ та з подвійним армуванням $f_{zM,2}$.

Маючи таблиці параметрів НДС перерізів і розрахункових опорів залізобетону, розрахунки залізобетонних згинальних елементів з урахуванням нелінійного деформування матеріалів зводиться до нескладних обчислень. Розглянемо їх.

Розрахунок міцності нормальних перерізів. При проектуванні частіше розглядають дві задачі.

1. Необхідно визначити площу перерізу робочої арматури A_s , потрібної для сприйняття згинального моменту M_{Ed} балкою з робочим перерізом $b \times d$ за відомих класів бетону та арматури.

За формулою (9) визначають той розрахунковий опір залізобетону, за якого балка сприйме згинальний момент. По таблиці розрахункових опорів знаходять процент армування ρ_f , що забезпечить визначений розрахунковий опір залізобетону. Обчислюють площу перерізу арматури $A_s = (\rho_f \times b \times d) / 100$.

2. Залізобетонна балка з робочим перерізом $b \times d$ армувана сталлю з площею поперечного перерізу A_s . Класи арматури та бетону задані. Розрахувати значення згинального моменту, який може сприйняти балка.

Обчислюють відсоток армування перерізу $\rho_f = A_s / (b \times d) \times 100$. За таблицею розрахункових опорів залізобетону по заданих класах бетону та арматури знаходять значення f_{zM} , яке відповідає обчисленому відсотку арматури, а по ньому з формули (9) визначають допустимий на балку момент $M_{Ed} = f_{zM} W_c$.

Крім зазначених можна вирішувати інші задачі, зокрема: за відомого моменту, відсотку армування та класів матеріалів розрахувати розміри перерізу; за вказаних розмірів перерізу та значення згинального моменту визначити класи бетону та арматури і відсоток армування, за яких несуча здатність балки буде забезпечена.

Розрахунок елементів таврового та двотаврового профілів можна виконувати за цією методикою [5], приймаючи момент опору робочого перерізу бетону при положенні нейтральної лінії у стиснутій полиці:

$$W_c = \frac{b_f d^2}{6}, \quad (14)$$

а при знаходженні у ребрі

$$W_c = \frac{b_f d^2}{6} - \frac{(b_f - b)(d - h_f)^2}{6}, \quad (15)$$

де b_f і h_f – розміри стиснутої полицки.

Якщо положення нейтральної лінії невідоме, виконують два розрахунки. При обчисленні несучої здатності приймають менше з двох значень, а знаючи площу перерізу робочої арматури, – більше.

Спрощення розрахунків несучої здатності у деформаційній моделі можливе завдяки використанню наперед складених таблиць, які використовують зарубіжні вчені, зокрема [6, 7]. У роботі [6] введено поняття "механічний процент армування":

$$\varpi = \frac{A_s f_{yd}}{b d f_{cd}}. \quad (16)$$

Якщо його використати, то значення розрахункового опору залізобетону для елементів з одиничним армуванням можна обчислювати за формулою:

$$f_{zM} = 3\varpi f_{cd} (2 - \varpi), \quad (17)$$

а розрахунок міцності виконувати без таблиць.

1. Відомі M_{Ed} , b , d , f_{yd} , f_{cd} . Визначити A_s .

За формулою (9) обчислюють f_{zM} , а потім знаходять $\varpi = 1 - \sqrt{1 - f_{zM} / (3f_{cd})}$, а з формули (16) – потрібну арматуру.

2. Відомі A_s , b , d , f_{yd} , f_{cd} . Визначити M_{Ed} .

За формулою (17) розраховують значення f_{zM} , а із формули (9) обчислюють M_{Ed} .

Розрахунок міцності похилих перерізів на спільну дію згинального моменту M_{Ed} і поперечної сили V_{Ed} пропонуємо виконувати способом, основаним на гіпотезі максимальних дотичних напружень, при досягненні яких у крихких матеріалах відбувається руйнування у вигляді відриву, а у пластичних настає границя текучості. Значення максимальних дотичних напружень досягається, коли вони стають такими, що дорівнюють половині різниці найбільших і найменших головних напружень [8]:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}, \quad (18)$$

де σ_1 і σ_3 – головні стискальні та розтягувальні напруження плоского напруженого стану;

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2}; \quad \sigma_3 = \frac{\sigma_x}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2}, \quad (19)$$

де σ_x – нормальні напруження від дії M_{ed} , τ – дотичні напруження від дії V_{ed} .

Напружено-деформований стан елементарного об'єму, в якому виникають напруження σ_1 і σ_3 , замінимо рівно небезпечним, в якому діє тільки одне еквівалентне напруження, за якого у матеріалі виникають максимальні дотичні напруження:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_{ek}. \quad (20)$$

Враховуючи формули (19), вираз (20) подамо у такому вигляді:

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_{ек}^2} + \frac{4\tau^2}{\sigma_{ек}^2} = 1. \quad (21)$$

По довжині залізобетонної балки змінюється значення зусиль. У перерізі, де діє згинальний момент і відсутня поперечна сила, значення еквівалентного напруження дорівнює максимальним напруженням у матеріалі $\sigma_{ек} = \sigma_{сmax}$. У перерізі, де наявна тільки поперечна сила, виникають максимальні дотичні напруження, що дорівнюють половині еквівалентних напружень $\tau_{max} = 0,5\sigma_{ек}$. При розрахунку залізобетонних балок на спільну дію момента та поперечної сили мова йде про можливість прийняття бетоном діючих зусиль. І тільки у разі неспроможності бетону враховують поперечну арматуру. Отже, в умові (21) фігурують тільки параметри бетону. До того ж, міцність похилого перерізу буде забезпечена тоді, коли числівники доданків будуть не більшими від їхніх знаменників. У такому разі умова міцності перерізів на спільну дію згинального момента та поперечної сили (21) прийме такий вигляд:

$$\frac{\sigma_c^2}{\sigma_{сmax}^2} + \frac{\tau_c^2}{\tau_{сmax}^2} \leq 1. \quad (22)$$

Для визначення параметрів умови міцності через зусилля у згинальному елементі розглянемо схему зусиль у нормальному перерізі поблизу головної похилої тріщини у дещо спрощеному вигляді (рис. 2).

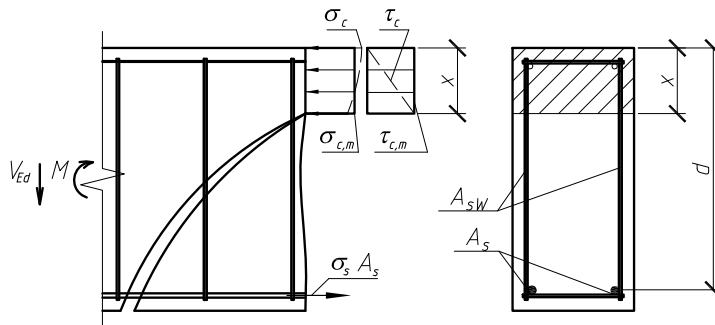


Рис. 2. Спрощена схема зусиль у нормальному перерізі поблизу головної похилої тріщини

Запишемо рівняння рівноваги зусиль у силевій моделі, розв'язок яких простіший та наглядний і дає такий самий результат за міцністю, як і за деформаційною моделлю. Суму моментів братимемо відносно стиснутої грані перерізу. Із рівнянь рівноваги, враховуючи формули (4) і (6), напруження у бетоні стиснутої зони визначаються умовою:

$$\sigma_c = \frac{\sigma_{zM} \rho_f}{2\alpha(1 - \alpha / (6\rho_f))}, \quad (23)$$

а максимальні напруження у бетоні виразимо через розрахунковий опір залізобетону у розрахунковому перерізі, прийнятий по наявній площі перерізу робочої арматури:

$$\sigma_{c\max} = \frac{f_{zM} \rho_f}{2\alpha(1 - \alpha / (6\rho_f))}. \quad (24)$$

Висота стиснутої зони, визначена з рівнянь рівноваги зусиль з урахуванням формули (6), дорівнюватиме

$$x = 2d(1 - \alpha / (6\rho_f)). \quad (25)$$

У місці максимальної поперечної сили за відсутності згинального моменту бетон перерізу зазнає чистого зсуву. Експериментально підтверджено, що максимальні дотичні напруження у 2–2,5 рази перевищують розрахунковий опір бетону на розтяг, тобто:

$$\tau_{\max} = V_{Ed} / (bd) = 2f_{ctd}. \quad (26)$$

За наявності тріщини дотичні напруження зсуву зростають і по висоті стиснутої зони розподіляються по трикутнику. Усереднене значення їх визначимо за формулою:

$$\tau_{\max} = \frac{f_{ctd}}{2(1 - \alpha / (6\rho_f))}. \quad (27)$$

У розрахунковому перерізі з розрахунковою поперечною силою V_{Ed} і згинальним моментом M виникають зсувні напруження, парні дотичним. Ці напруження сприймаються бетоном і арматурою:

$$V_{Ed} / (bx) = \tau_c + \tau_s. \quad (28)$$

Зсувні напруження, які виникають у бетоні, обчислимо за формулою:

$$\tau_c = \frac{V_{Ed}}{bx} - \tau_s = \frac{V_{Ed}}{2bd(1 - \alpha / (6\rho_f))} - \tau_s. \quad (29)$$

Зсувні напруження, які може сприйняти поперечна арматура, визначаються її параметрами:

$$\tau_s = \frac{A_{sw} f_{ywd}}{bs}, \quad (30)$$

де s – крок поперечних стрижнів.

Враховуючи формули (23), (24), (27) і (29), умову міцності похилих перерізів на спільну дію згинального моменту і поперечної сили подамо так:

$$\left(\frac{\sigma_{zM}}{f_{zM}} \right)^2 + \left(\frac{V_{Ed}}{bdf_{ctd}} - \frac{\tau_s}{\tau_{max}} \right)^2 \leq 1. \quad (31)$$

Коли міцність похилого перерізу на дію M і V_{Ed} забезпечується поздовжньою робочою арматурою та бетоном над головною похилою тріщиною, тобто при $\tau_s=0$, поперечна арматура або не ставиться, або розміщується за технологічними чи конструктивними вимогами. Якщо ж для забезпечення несучої здатності потрібна ще й поперечна арматура, з нерівності (31) визначають зсувні напруження у ній:

$$\tau_s \geq \left(\frac{V_{Ed}}{bdf_{ctd}} - \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{zM}}{f_{zM}} \right)^2} \right) \tau_{max}, \quad (32)$$

за якими, користуючись формулою (30), розраховують діаметр або крок поперечних стрижнів, ув'язуючи це з правилами конструювання.

Приймаючи у формулі (31) $\tau_s=0$, отримуємо значення поперечної сили, при якій міцність похилого перерізу забезпечується поздовжньою арматурою та бетоном:

$$V \leq bdf_{ctd} \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{zM}}{f_{zM}} \right)^2}. \quad (33)$$

Максимальний крок між вертикальною поперечною арматурою визначають із умови, що похила тріщина перетне її хоча б один раз. Враховуючи, що перша похила тріщина утворюється у місці найбільших дотичних напружень, тобто біля нейтральної лінії, та направлена під кутом 45° , максимальний крок не може бути більшим відстані від нейтральної лінії до поздовжньої арматури.

$$s_{max} = d - x = d \left(\alpha / (3\rho_f) - 1 \right). \quad (34)$$

Виконання умови (31) забезпечує не тільки несучу здатність похилих перерізів на дію поперечної сили та згинального моменту, а й міцність стиснутої полоси між похилими тріщинами. До того ж, наявність у

розрахункових формулах процента армування поздовжньої робочої арматури опосередковано враховує вплив нагельного ефекту та зчеплення (тертя) бетону по берегах похилої тріщини на міцність похилого перерізу.

Висновки

1. Викладена методика розрахунку залізобетонних елементів базується на прийнятті залізобетону як матеріалу зі своїми характеристиками, а саме: розрахунковий опір залізобетону f_{zi} , напруження у залізобетоні σ_{zi} , сумарні відносні деформації перерізу $\Sigma\varepsilon$, які дорівнюють деформаціям стиснутої грані та розтягнутої арматури.
2. Весь розрахунковий апарат методу отриманий із рівнянь рівноваги внутрішніх і зовнішніх зусиль за нелінійного деформування матеріалів з використанням обґрунтованих передумов, гіпотез і додаткових умов без будь-яких емпіричних включень.
3. На основі великого обсягу обчислень за одержаними залежностями у безрозмірному вигляді стосовно геометричних параметрів складені таблиці розрахункових опорів залізобетону, параметрів напружено-деформованого стану перерізів, залежності параметрів кривини. Використання їх дозволяє звести складні розрахунки елементів і перерізів до виконання простих операцій.
4. Розрахунок залізобетонних елементів за граничними станами першої та другої груп виконується за формулами опору матеріалів або близькими до них. Це гармонізує розрахунки будівельних конструкцій незалежно від виду матеріалів: металевих, дерев'яних, залізобетонних, кам'яних.
5. Точність розрахунків за запропонованим методом відповідає точності методики, закладеної у чинних нормах і стандартах з проектування залізобетонних елементів, бо є їхнім безпосереднім продовженням.
6. У разі прийняття розрахунку залізобетонних елементів за запропонованою методикою при отриманні нових наукових, виробничих і технологічних знань про властивості та роботу матеріалів не потрібно буде міняти розрахунковий апарат, як це не раз робилось. Достатньо лише внести зміни у значення розрахункових опорів залізобетону та параметрів НДС перерізів.
7. Технологія розрахунку залізобетонних елементів на дію тривалих, повторних і малоциклових навантажень, а також температурних і вологісних впливів аналогічна описаній з використанням розрахункових опорів і параметрів НДС для відповідних навантажень і впливів.

Література

- [1] Кочкаръов Д. В. Нелінійний опір залізобетонних елементів і конструкцій силовим впливам: монографія / Д. В. Кочкаръов. – Рівне: О. Зень, 2015. – 384 с. : Іл. : 139; табл. 48; бібліогр: 326.
- [2] Кочкаръов Д. В. Передумови розрахунку та розрахунок прогинів залізобетонних елементів, що зазнають згину, з урахуванням нелінійного деформування матеріалів / Д. В. Кочкаръов, В. І. Бабич // Будівельні конструкції: Міжвідомчий науково-технічний збірник наукових праць (будівництво). – К. : ДП НДІБК, 2011. – Вип. 74. – Книга 1. – С. 406–413.
- [3] Кочкаръов Д. В. Практичний розрахунок залізобетонних елементів на міцність за дії згинального моменту на базі ДБН В.2.6-98:2009 / Д. В. Кочкаръов, В. І. Бабич // Комунальне господарство міст. – Харків : ХНАМГ, 2012. – Вип. 103. – С. 46–57.
- [4] Кочкаръов Д. В. Розрахунок похилих перерізів методом розрахункових опорів залізобетону / Д. В. Кочкаръов // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : збірник наукових праць. – Рівне, 2014. – Вип. 29. – С. 200–207.
- [5] Кочкарёв Д. В. Расчет прочности нормальных сечений элементов таврового профиля на изгиб с учетом нелинейного деформирования материалов / Д. В. Кочкарёв, В. И. Бабич // Бетон и железобетон в Украине. – 2013. – № 3. – С. 21–26.
- [6] Modul Massivbau 1. Bachelor Wi-Ing. Teil 1: Grundlagen [Electronic resource] / M. Rösler. – Berlin : Beuth Hochschule für Technik. – S. 15. – Access mode: http://public.beuth-hochschule.de/~roeslerm/Skript/WiIng_Massivbau1_Grundlagen.pdf – Назва з екрана.
- [7] MacGregor J. G. Reinforced Concrete : mechanics and design [Electronic resource] / James G. MacGregor, James K. Wight. – New Jersey : Upper Saddle River, 2005. – 1132 p. – Access mode: <http://www.twirpx.com/file/89289/> – Назва з екрана.
- [8] Опір матеріалів: підручник / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Є. С. Уманський ; ред. Г. С. Писаренко. – 2-ге вид., доп. і перероб. – К. : Вища шк., 2004. – 655 с. : іл.

Надійшла до редколегії 26.02.2016 р.

УДК 691.327:539.4

Механизм деформирования и усталостного разрушения бетона в условиях статических малоцикловых нагружений центральным сжатием

Крусь Ю.А., к.т.н.

Национальный университет водного хозяйства и природопользования,
Украина

Анотація. Проведені експериментальні дослідження роботи дрібнозернистого (цементно-піщаного) і крупнозернистого (на звичайних заповнювачах) бетонів при близьких до руйнівних високих рівнях статичних малоциклових навантажувальних центральних стиснень. Виявлений механізм деформування і втомного руйнування випробуваних бетонів в умовах зазначених силових впливів. Достовірність представлених даних і переконлива обґрунтованість зроблених висновків підтверджуються аналогічними результатами інших авторів.

Аннотация. Проведены экспериментальные исследования работы мелкозернистого (цементно-песчаного) и крупнозернистого (на обычных заполнителях) бетонов при близких к разрушающим высоким уровнях статических малоцикловых нагружений центральным сжатием. Выявлен механизм деформирования и усталостного разрушения испытанных бетонов в условиях указанных силовых воздействий. Достоверность представленных данных и убедительная обоснованность сделанных выводов подтверждаются аналогичными результатами других авторов.

Abstract. Experimental researches of work of fine-grained (cement-sandy) and coarse-grained (with ordinary fillers) concretes by high levels (near-by to destruction) of static little-cyclic loadings by central compression were conducted. The mechanism of deforming and fatigue destruction of the tested concretes in the conditions of the indicated force influences is found out. The authenticity of the presented data and convincing validity of done conclusion is confirmed by similar results of other authors.

Ключевые слова: бетон, малоцикловые нагрузки, малоцикловая усталость, диаграмма деформирования, деформативные параметры.

Введение. В практике современного строительства область применения бетона и железобетона постоянно расширяется, более ответственными становятся режимы эксплуатации конструкций. Одновременно существенно увеличивается прочность используемых материалов – бетона и арматуры, что позволяет уменьшить сечения конструктивных элементов, а следовательно – и облегчить их. Учитывая непрерывную тенденцию к снижению запасов прочности и повышению эксплуатационной надёжности конструкций, особую актуальность в научном и важность в практическом отношении приобретает необходимость всестороннего исследования поведения материалов, особенно при нестандартных режимах нагружения.

На сьогоднішній день достаточного повно розроблена і широко освітлена в літературі теорія прочності бетону при статических і динаміческих кратковременних і довільних навантаженнях [1–3]. В то же время вопросы деформирования и разрушения высоконагруженного бетона при уровнях, близких к разрушающим, в условиях статических малоцикловых нагружений остаётся недостаточно изученной для возможности её реализации в расчётной практике. И это несмотря на то, что широкий класс строительных объектов в реальных условиях эксплуатации подвержены воздействию именно малоцикловых нагрузок высокого уровня (типа сейсмических, снеговых, ледовых, ветровых, волновых, транспортных и т. п.) [4], приводящих к снижению долговечности вплоть до преждевременного и неожиданного усталостного разрушения конструкций, правильно запроектированных в соответствии с действующими нормами.

По мнению авторов [5, 6] широкому накоплению опытных данных препятствуют длительность и трудоёмкость проведения соответствующих экспериментов, а также необходимость кропотливой обработки и систематизации полученных данных с большим естественным разбросом прочностных и деформативных характеристик бетона, обладающего существенной природной неоднородностью.

Основная часть. В представленной работе механизм деформирования центрально сжатого бетона, а также его усталостного разрушения в условиях малоцикловых нагружений высоких уровней изучали, базируясь на собственных экспериментальных данных исследования работы призматических образцов из мелкозернистого цементно-песчаного бетона (МЗБ) и крупнозернистого бетона (КЗБ) на традиционных заполнителях (см. опытные образцы МЗБ-I,II и КЗБ-I-2 в табл. 1 публикации [7]). В обработку брали лишь те несколько образцов, результаты испытаний которых на малоцикловую усталость дают наименьшее расхождение между экспериментальными значениями относительных уровней циклической прочності и соответствующими теоретическими величинами, вычисленными по формуле (3) в публикации [7], то есть опытные точки малоциклового усталости которых наилучшим образом “ложатся” на так называемые расчётные кривые Веллера (см. табл. 2 и рис. 3 в публикации [7]). Информация о режимах испытания указанных образцов в условиях малоцикловых нагружений при стандартной скорости изменения чередующихся возрастающих и убывающих напряжений (т. е. при $V_{\sigma} = d\sigma_b/dt = const$ t на циклах загрузки-разгрузки) и экспериментальные данные о циклической долговечности исследуемых бетонов представлены в таблице.

Таблиця

Режимы испытания опытных образцов в условиях статического малоциклового центрального сжатия и экспериментальные данные о циклической долговечности исследуемых бетонов

| Шифр опытной призмы | Режим испытания опытных образцов | | | Количество циклов до разрушения $n_{сус}, \text{циклы}$ |
|---|---|--|--|--|
| | нижний уровень напряжений η_b^{low} | верхний уровень напряжений η_b^{top} | характеристика цикла напряжений $\rho_\sigma = \eta_b^{low} / \eta_b^{top}$ | |
| Мелкозернистый цементно-песчаный бетон МЗБ | | | | |
| МЗБ-46 | 0 | 0,95 | 0 | 5 |
| МЗБ-95 | 0 | 0,96 | 0 | 6 |
| МЗБ-54 | 0 | 0,95 | 0 | 11 |
| МЗБ-28 | 0 | 0,94 | 0 | 13 |
| МЗБ-32 | 0 | 0,93 | 0 | 23 |
| МЗБ-101 | 0 | 0,91 | 0 | 54 |
| Крупнозернистый бетон на обычных заполнителях КЗБ | | | | |
| КЗБ-28 | 0 | 0,95 | 0 | 3 |
| КЗБ-36 | 0 | 0,91 | 0 | 8 |
| КЗБ-39 | 0 | 0,89 | 0 | 16 |
| КЗБ-40 | 0 | 0,88 | 0 | 24 |
| КЗБ-46 | 0 | 0,86 | 0 | 43 |

Как известно, нелинейные свойства бетона предполагают неповторимое очертание его диаграммы деформирования в координатных осях “напряжения σ_b - деформации ε_b ”. В данных исследованиях в качестве аппроксимативной принимали зависимость $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ в форме дробно-линейной функции [8, 9]

$$\sigma_b = \frac{R_b (\varepsilon_b / \varepsilon_{bR})}{(1 - \nu_{bR})(\varepsilon_b / \varepsilon_{bR}) + \nu_{bR}}, \quad (1)$$

приведенную к линейному уравнению связи между секущим модулем деформаций $E'_b = \sigma_b / \varepsilon_b$ и соответствующими уровнями напряжений $\eta_b = \sigma_b / R_b$ вида

$$E'_b = E_{b0} [1 - (1 - \nu_{bR}) \eta_b] = E_{b0} (1 - \lambda_{bR} \eta_b), \quad (2)$$

где R_b – временное сопротивление осевому сжатию бетона (призменная прочность), испытанного при стандартном “мягком” режиме нагружения; E_{b0} – модуль упругости бетона при сжатии; ε_{bR} – предельная сжимаемость бетона, отвечающая напряжениям R_b ; ν_{bR} и λ_{bR} – предельные значения коэффициентов соответственно упругости и пластичности бетона при сжатии.

Преимуществами аппроксимации диаграммы деформирования аналитическим выражением (2) является, во-первых, возможность его непосредственного получения по опытным значениям $\eta_b = \sigma_b/R_b$ и соответствующим им величинам $E'_b = \sigma_b/\varepsilon_b$ методом наименьших квадратов в виде линейного уравнения регрессии $E'_b = f(\eta_b)$, в котором E_{b0} и λ_{bR} – постоянные коэффициенты (параметры) принятого уравнения; во-вторых – наглядность, когда E_{b0} , фиксируя начальный (при $\sigma_b=0$) наклон кривой $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ к оси деформаций $0-\varepsilon_b$, характеризует начальную жёсткость (в физическом понимании – степень структурной сплошности) бетона, а коэффициент λ_{bR} , указывая направление выпуклости указанной кривой $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ в графическом толковании, определяет степень пластичности бетона $\lambda_{bR} = \varepsilon_{b,pl;R}/\varepsilon_{bR}$ (или же степень его упругости $\nu_{bR} = \varepsilon_{b,el;R}/\varepsilon_{bR}$, если взять во внимание известное соотношение $\nu_{bR} + \lambda_{bR} = 1$) с точки зрения физического смысла; в-третьих - корректность толкования понятия модуля упругости бетона E_{b0} как предельного значения E'_b при $\sigma_b=0$ и высокая точность определения его истинной величины по всем точкам опытной кривой $\sigma_b \sim \varepsilon_b$, а не только лишь ограниченного диапазоном напряжений $(0..0,3)R_b$, как это регламентируется действующим стандартом на испытание; в-четвёртых - возможность аналитического определения предельных деформаций сжатия материала ε_{bR} даже без доведения его до разрушения по формуле

$$\varepsilon_{bR} = R_b/E'_{bR} = R_b/(\nu_{bR}E_{b0}) = R_b/[(1-\lambda_{bR})E_{b0}]. \quad (3)$$

Отметим, что в выполненных исследованиях учитывали “дрейф” циклических напряжений σ_{bi} , связанный с уменьшением от цикла к циклу прочности материала $R_{b,cyc}$. То есть при известной экспериментальной зависимости для определения относительной границы малоциклового усталости бетона $\eta_{b,cyc}$ вида (см. формулу (2) и табл. 2 в публикации [7])

$$\eta_{b,cyc} = R_{b,cyc}/R_b = 1 - a(n_{cyc} - 1)/(n_{cyc} + b), \quad (4)$$

(здесь a и b - постоянные эмпирические коэффициенты) в пределах n -го цикла на i -ой ступени нагружения уровень циклического напряжения $\eta_{bi;n}$ определяли по формуле

$$\eta_{bi;n} = \frac{\sigma_{bi}}{R_{b, \text{cyc}}} = \frac{\sigma_{bi}}{R_b \left[1 - a(n_{\text{cyc}} - 1) / (n_{\text{cyc}} + b) \right]} \quad (5)$$

В этой связи при известных $R_{b, \text{cyc}}$, $E_{b0;n}$ и $\lambda_{bR;n}$ предельную сжимаемость $\varepsilon_{bR;n}$ в рамках n -го цикла малоциклового нагружения вычисляли так:

$$\varepsilon_{bR;n} = \frac{R_{b, \text{cyc}}}{E_{b0;n} (1 - \lambda_{bR;n})} = \frac{R_b \left[1 - a(n_{\text{cyc}} - 1) / (n_{\text{cyc}} + b) \right]}{E_{b0;n} (1 - \lambda_{bR;n})} \quad (6)$$

Для наглядности последовательное изменение от цикла к циклу характеристик нелинейного деформирования бетона проиллюстрируем на работе призматических образцов из КЗБ и МЗБ, которые при испытании выдержали максимальное количество циклов до усталостного разрушения (соответственно $n_{\text{cyc}} = 43$ цикла при $\eta_b^{\text{top}} = 0,86$ для призмы КЗБ-46 и $n_{\text{cyc}} = 54$ цикла при $\eta_b^{\text{top}} = 0,91$ для призмы МЗБ-101; см. таблицу).

Графики диаграмм $\sigma_b \sim \varepsilon_{b,l(tr)}$ и $E'_{b,l(tr)} = \sigma_b / \varepsilon_{b,l(tr)} \sim \eta_b = \sigma_b / R_{b, \text{cyc}}$ продольного и поперечного деформирования КЗБ и МЗБ (для различия направлений деформирования в обозначениях применяем нижние индексы соответственно “ l ” и “ tr ”) в условиях малоциклового центрального сжатия представлены на рис. 1 и рис. 2. Прямые линии зависимостей $E'_{b,l(tr)} \sim \eta_b$ построены для случаев приведения загрузочных веток кривых $\sigma_b \sim \varepsilon_{b,l(tr)}$ к одному и тому же началу координат, исключив тем самым из учёта накопленные между отдельными циклами остаточные деформации. Кроме того, на рис. 3 и рис. 4 представлены графики изменения суммарных максимальных $\sum \varepsilon_{b, \text{max}, l(tr); n}$ и остаточных $\sum \varepsilon_{b, pl, l(tr); n}$ (неучтённых при оформлении рис. 1, б, г и рис. 2, б, г) деформаций, а также их межцикловых приростов соответственно $\Delta(\sum \varepsilon_{b, \text{max}, l(tr); n})$ и $\Delta(\sum \varepsilon_{b, pl, l(tr); n})$ при циклическом продольном и поперечном деформировании исследуемых бетонов.

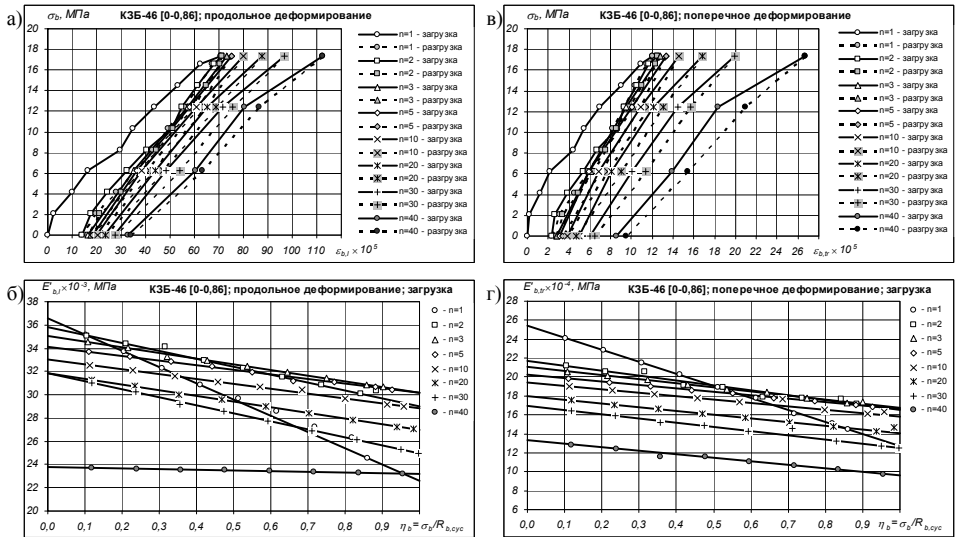


Рис. 1. Диаграммы продольного (а, б) и поперечного (в, г) деформирования крупнозернистого бетона КЗБ в координатных осях $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ (а, в) и $E'_b \sim \eta_b$ (б, г) в условиях малоциклового центрального сжатия

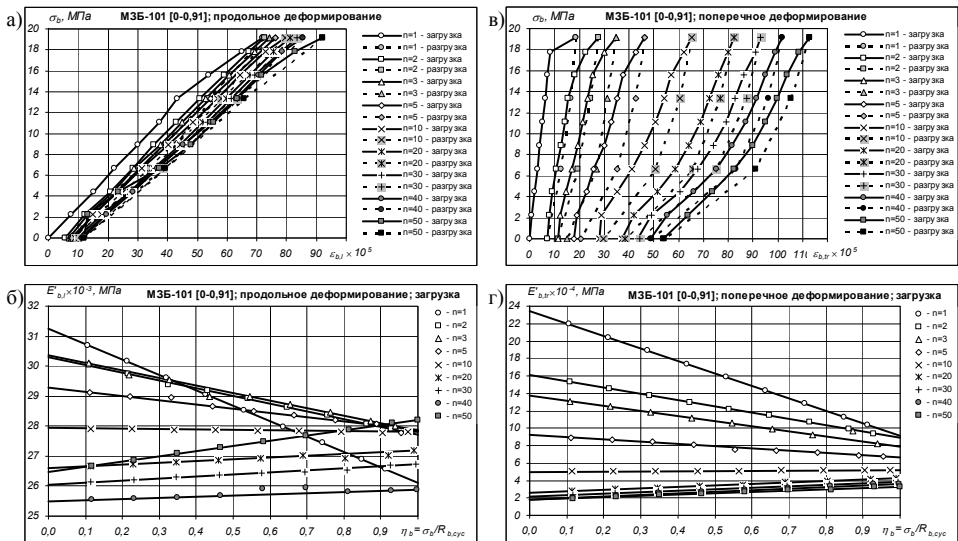


Рис. 2. Диаграммы продольного (а, б) и поперечного (в, г) деформирования мелкозернистого бетона МЗБ в координатных осях $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ (а, в) и $E'_b \sim \eta_b$ (б, г) в условиях малоциклового центрального сжатия

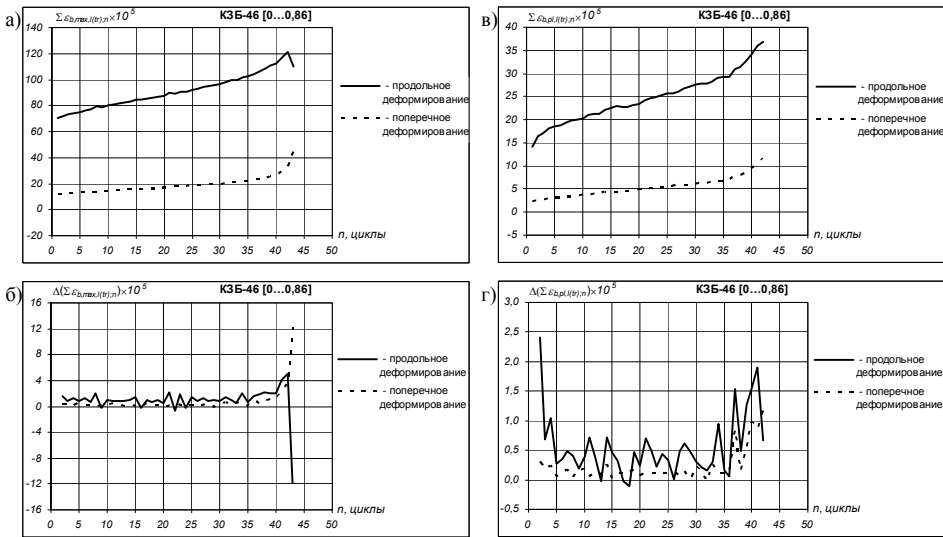


Рис. 3. Изменение суммарных максимальных $\Sigma \varepsilon_{b,max,l(tr);n}$ (а) и остаточных $\Sigma \varepsilon_{b,pl,l(tr);n}$ (в) деформаций и их межцикловых приростов соответственно $\Delta(\Sigma \varepsilon_{b,max,l(tr);n})$ (б) и $\Delta(\Sigma \varepsilon_{b,pl,l(tr);n})$ (г) при продольном и поперечном деформировании крупнозернистого бетона КЗБ в условиях малоциклового центрального сжатия

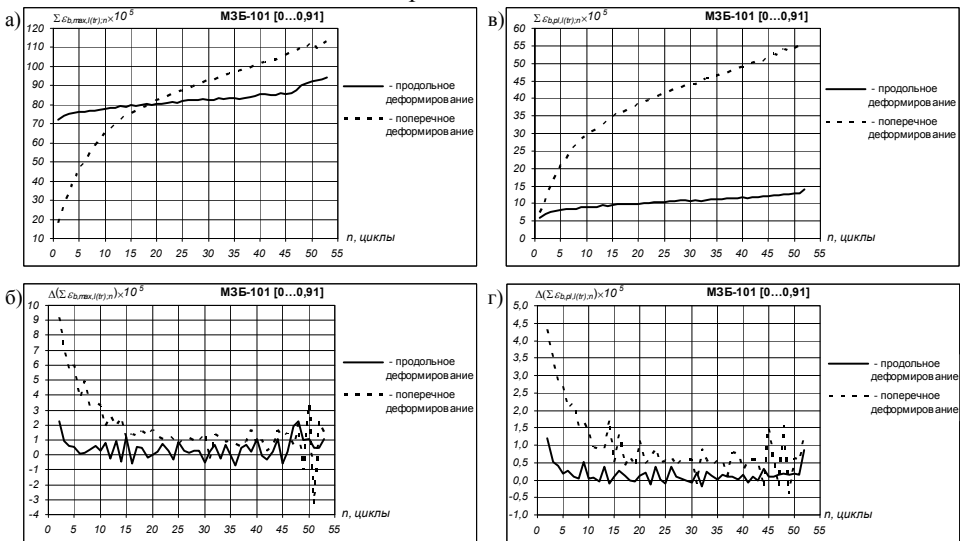


Рис. 4. Изменение суммарных максимальных $\Sigma \varepsilon_{b,max,l(tr);n}$ (а) и остаточных $\Sigma \varepsilon_{b,pl,l(tr);n}$ (в) деформаций и их межцикловых приростов соответственно $\Delta(\Sigma \varepsilon_{b,max,l(tr);n})$ (б) и $\Delta(\Sigma \varepsilon_{b,pl,l(tr);n})$ (г) при продольном и поперечном деформировании мелкозернистого бетона МЗБ в условиях малоциклового центрального сжатия

Анализ диаграмм $\sigma_b \sim \varepsilon_{b,l(tr)}$ (рис. 1, а, в и рис. 2, а, в), $\sum \varepsilon_{b,max,l(tr),n} \sim n$ (рис. 3, а и рис. 4, а) и $\sum \varepsilon_{b,pl,l(tr),n} \sim n$ (рис. 3, в и рис. 4, в) позволяет отчётливо выделить три последовательных стадии деформирования бетона, а именно такие: **стадия I** уплотнения структуры, когда ширина петель пластического гистерезиса с увеличением количества повторных циклов интенсивно уменьшается; **стадия II** относительной стабилизации деформирования, которое при практическом наложении загрузочных и разгрузочных веток одна на другую характеризуется относительной неизменностью ширины петель в каждом цикле; **стадия III** разуплотнения структуры, когда при прогрессирующем росте деформаций наблюдается непрерывное увеличение ширины гистерезисных петель от цикла к циклу, завершающееся усталостным разрушением материала.

Как видим, для КЗБ стадия I длится на протяжении первых 5-ти циклов. При этом суммарные максимальные продольные сжимающие и поперечные растягивающие деформации (рис. 3, а), которые на 1-ом цикле загрузки составляли $\sum \varepsilon_{b,max,l;n} = 70,71 \times 10^{-5}$ и $\sum \varepsilon_{b,max,tr;n} = 12,00 \times 10^{-5}$, к 5-му циклу возросли соответственно до $75,26 \times 10^{-5}$ и $13,35 \times 10^{-5}$, т. е. в 1,06...1,11 раза. Суммарные остаточные деформации (рис. 3, в), имея после 1-го цикла загрузки-разгрузки значения $\sum \varepsilon_{b,pl,l;n} = 14,06 \times 10^{-5}$ и $\sum \varepsilon_{b,pl,tr;n} = 2,33 \times 10^{-5}$, после 5-го цикла составляют соответственно $18,49 \times 10^{-5}$ и $3,12 \times 10^{-5}$, увеличившись в 1,32...1,34 раза. Приросты суммарных максимальных продольных и поперечных деформаций (рис. 3, б) от величин $\Delta(\sum \varepsilon_{b,max,l;n}) = 1,61 \times 10^{-5}$ и $\Delta(\sum \varepsilon_{b,max,tr;n}) = 0,45 \times 10^{-5}$ после 2-го цикла уменьшаются соответственно до $0,86 \times 10^{-5}$ и $0,29 \times 10^{-5}$ после 5-го цикла, то есть в 1,55...1,87 раза. Приросты суммарных остаточных продольных и поперечных деформаций (рис. 3, в), составляя после 2-го цикла соответственно $\Delta(\sum \varepsilon_{b,pl,l;n}) = 2,41 \times 10^{-5}$ и $\Delta(\sum \varepsilon_{b,pl,tr;n}) = 0,30 \times 10^{-5}$, после 5-го цикла приобретают значения соответственно $0,28 \times 10^{-5}$ и $0,06 \times 10^{-5}$, уменьшившись в 5,00...8,61 раза.

Интенсивному накоплению остаточных деформаций на стадии I сопутствуют ярко выраженные уменьшение начальной жёсткости КЗБ, увеличение его упругих свойств и, как следствие – снижение деформируемости (см. рис. 1, б и рис. 1, г). Так, модули упругости бетона при его продольном и поперечном деформированиях, которые на 1-ом цикле имеют значения $E_{b0,l} = 36,61 \times 10^3$ и $E_{b0,tr} = 24,41 \times 10^4$ МПа, к 5-му циклу уменьшаются соответственно до $34,17 \times 10^3$ и $20,25 \times 10^4$ МПа (снизились в 1,07...1,21 раза); предельные коэффициенты пластичности, будучи в исходном состоянии на 1-ом цикле $\lambda_{bR,l} = 0,382$ и $\lambda_{bR,tr} = 0,500$,

приобретают значения соответственно 0,117 и 0,179 на 5-ом цикле (уменьшились в 2,79...3,26 раза); величины предельной деформируемости (для продольного деформирования - сжимаемости, а для поперечного - растяжимости) за это же количество циклов повторения нагрузок уменьшаются от $\varepsilon_{bR,l}=89,27 \times 10^{-5}$ и $\varepsilon_{bR,tr}=15,89 \times 10^{-5}$ соответственно до $62,23 \times 10^{-5}$ и $11,30 \times 10^{-5}$ (снизились в 1,41...1,44 раза). На протяжении всей I-ой стадии и при продольном, и при поперечном деформировании кривые загрузочных веток диаграмм $\sigma_b \sim \varepsilon_{b,l(tr)}$ обращены к вертикальной оси напряжений, разгрузочных - к горизонтальной оси деформаций (см. рис. 1, а и рис. 1, в соответственно для продольного и поперечного деформирования).

С физической точки зрения указанные тенденции, а также идентичность изменений при продольном и поперечном деформировании свидетельствуют о том, что присущее стадии I уплотнение структуры обусловлено интенсивным “выбором” пластической части деформаций растворной составляющей бетона и образованием в его теле локальных микроразрушений над и под полюсами гранул крупного заполнителя. Скорее всего в это же время в КЗБ зарождаются и микротрещины отслоения растворной части от боковой поверхности заполнителя, которые сориентированы вдоль внешнего силового воздействия при загрузке и перпендикулярно к указанному направлению - при разгрузке, создавая начальное разрыхление структуры бетона и подготавливая развитие микротрещин в материале. Однако похоже, что в стадии I последние процессы не являются преобладающими.

Процессы, происходящие между 5-ым и 36-ым циклами повторных нагружений, можно охарактеризовать как пребывание КЗБ в стадии II – относительной стабилизации пластического деформирования. Тут наблюдаем более интенсивный рост суммарных максимальных продольных деформаций и малозаметное увеличение суммарных максимальных поперечных деформаций (рис. 3, а) от величин $\sum \varepsilon_{b,max,l;n}=75,26 \times 10^{-5}$ и $\sum \varepsilon_{b,max,tr;n}=13,35 \times 10^{-5}$ на 5-ом цикле загрузки соответственно до $104,35 \times 10^{-5}$ и $23,19 \times 10^{-5}$ на 36-ом цикле, т. е. в 1,39...1,74 раза. С абсолютно аналогичной тенденцией изменяются суммарные остаточные продольные и поперечные деформации (рис. 3, в), возрастая от $\sum \varepsilon_{b,pl,l;n}=18,49 \times 10^{-5}$ и $\sum \varepsilon_{b,pl,tr;n}=3,12 \times 10^{-5}$ после 5-ти циклов загрузки-разгрузки соответственно до $29,37 \times 10^{-5}$ и $6,96 \times 10^{-5}$ после 36-ти циклов, т. е. в 1,59...2,23 раза. При устойчивом практически прямолинейном росте суммарных максимальных (рис. 3, а) и остаточных (рис. 3, в) деформаций характер изменения их приростов в большей степени соответствует случайному колебательному процессу. При этом

приросты суммарных максимальных продольных и поперечных деформаций изменяются в достаточно узких границах $\Delta(\sum \varepsilon_{b,max,l;n}) = (-0,74...2,25) \times 10^{-5}$ и $\Delta(\sum \varepsilon_{b,max,tr;n}) = (-0,08...0,98) \times 10^{-5}$ вокруг средних значений соответственно $0,94 \times 10^{-5}$ и $0,32 \times 10^{-5}$ (рис. 3, б), а приросты суммарных остаточных продольных и поперечных деформаций варьируют в значительно меньших диапазонах $\Delta(\sum \varepsilon_{b,pl,l;n}) = (-0,10...0,94) \times 10^{-5}$ и $\Delta(\sum \varepsilon_{b,pl,tr;n}) = (-0,02...0,26) \times 10^{-5}$ около соответствующих средних величин $0,35 \times 10^{-5}$ и $0,12 \times 10^{-5}$ (рис. 3, г). Очевидно, вследствие указанных небольших колебаний происходит медленное и относительно стабильное уплотнение структуры бетона. Такой процесс по своим последствиям можно приравнять к “слеживаемости” сыпучих материалов под воздействием вибраций или же к “наклёпу” металлов.

Стадию II условной стабилизации отличает устойчивость изменения основных упруго-пластических характеристик КЗБ, о чём свидетельствует высокая кучность расположения графиков поцикловых диаграмм его деформирования в координатных осях $E'_{b,l(tr)} - \eta_b$ (см. рис. 1, б и рис. 1, г). При этом значения модулей упругости, сохраняя присущий стадии I характер изменения, со значительно меньшей интенсивностью уменьшаются от $E_{b0,l} = 33,86 \times 10^3$ и $E_{b0,tr} = 20,07 \times 10^4$ МПа соответственно до $31,70 \times 10^3$ и $17,26 \times 10^4$ МПа (снизились в 1,07...1,16 раза); величины предельных коэффициентов пластичности, имея до этого тенденцию к уменьшению с убывающей интенсивностью, начинают расти, правда в значительно меньшей степени, от $\lambda_{bR,l} = 0,123$ и $\lambda_{bR,tr} = 0,189$ соответственно до 0,255 и 0,350 (увеличились в 1,85...2,07 раза); величины предельной сжимаемости, интенсивно падая во время I-ой стадии деформирования, изменяют тенденцию, засвидетельствовав некоторый рост от $\varepsilon_{bR,l} = 62,64 \times 10^{-5}$ и $\varepsilon_{bR,tr} = 11,42 \times 10^{-5}$ соответственно до $73,59 \times 10^{-5}$ и $15,50 \times 10^{-5}$ (выросли в 1,17...1,36 раза).

На протяжении большей части стадии II кривизна гистерезисных петель при их минимальной ширине почти отсутствует (рис. 1, а, в), свидетельствуя о приостановке прироста пластических деформаций и приближении к упругой работы КЗБ. Лишь в конце II-ой стадии наблюдаем несколько большее обычного присущее ей повышение приростов суммарных деформаций $\Delta(\sum \varepsilon_{b,max,l(tr);n})$ при максимальных напряжениях цикла (рис. 3, б), что, адекватно влияя на прирост суммарных остаточных деформаций $\Delta(\sum \varepsilon_{b,pl,l(tr);n})$ (рис. 3, г), вызывает некоторое увеличение ширины петель гистерезиса. Причём в то время,

когда загрузочные ветки диаграмм $\sigma_b \sim \varepsilon_{b,l(tr)}$ приобретают малозаметное S-подобное очертание с незначительным выгибом к оси деформаций на начальных ступенях загрузки и дальнейшим изменением кривизны выпуклостью к оси напряжений при более высоком уровне нагрузки, разгрузочные ветки сохраняют практически прямолинейную форму.

Выявленные признаки дают основания полагать, что основным физическим процессом во время деформирования КЗБ на стадии II является внутреннее перераспределение усилий в зоне их концентрации и выравнивание поля напряжений между структурными компонентами бетона (растворной цементно-песчаной матрицей и крупным заполнителем) преимущественно за счёт развития микротрещин отрыва, первоначально образовавшихся на предыдущей стадии. Непериодичность колебаний величин $\Delta(\sum \varepsilon_{b,pl,l(tr);n})$ (рис. 3, г) указывает на то, что распространение этих трещин может временно задерживаться недонапряжёнными областями материала.

Особого внимания заслуживает важное обстоятельство, которое характеризует завершающие циклы II-ой стадии деформирования - обращение загрузочных веток кривых $\sigma_b \sim \varepsilon_{b,l(tr)}$ на начальных ступенях силового воздействия выпуклостью к оси деформаций (рис. 1, а, в). Причиной такого искривления является развитие при предшествующей разгрузке образца перпендикулярных к направлению сжимающей силы так называемых “разгрузочных” микротрещин, зарождённых еще во время стадии I, по контактной зоне растворной матрицы и крупных заполнителей над и под полюсами последних из-за значительных растягивающих контактных напряжений во время перераспределения усилий между необратимо пластически деформируемой матрицей и упруго работающими заполнителями. Как следствие, при последующей отнулевой загрузке до закрытия указанных микротрещин бетон работает неполным сечением. С увеличением сжимающей силы разгрузочные микротрещины постепенно закрываются, жёсткость бетона возрастает, сечение образца начинает работать всей плоскостью, на что указывает изменение направления выпуклости кривой $\sigma_b \sim \varepsilon_{b,l(tr)}$ к оси напряжений при более высоких уровнях нагрузки. Всё это свидетельствует о том, что при малоцикловых воздействиях накопление необратимых повреждений происходит в материале как при загрузке, так и при его разгрузке.

Итак, в стадию III бетон входит как разрыхленный по всем направлениям материал, пронизанный развитыми продольными и поперечными микротрещинами. На протяжении последних шести циклов повторных нагружений (с 36-го до предшествующего разрушению 42-го цикла)

наблюдаем прогрессирующий рост суммарных максимальных продольных сжимающих и поперечных растягивающих деформаций (рис. 3, а) от величин $\sum \varepsilon_{b,max,l;n} = 106,19 \times 10^{-5}$ и $\sum \varepsilon_{b,max,tr;n} = 23,64 \times 10^{-5}$ на 37-ом цикле соответственно до $121,66 \times 10^{-5}$ и $32,62 \times 10^{-5}$ на 42-ом цикле, то есть в 1,15...1,38 раза. В это же время, аналогично прогрессируя, увеличиваются суммарные остаточные деформации (рис. 3, в) от $\sum \varepsilon_{b,pl,l;n} = 30,90 \times 10^{-5}$ и $\sum \varepsilon_{b,pl,tr;n} = 7,80 \times 10^{-5}$ соответственно до $36,76 \times 10^{-5}$ и $11,55 \times 10^{-5}$, т. е. в 1,19...1,48 раза. Как видим из рис. 3, а, в, в целом по отношению к 1-му циклу суммарные деформации $\sum \varepsilon_{b,max,l(tr);n}$ и $\sum \varepsilon_{b,pl,l(tr);n}$ на последнем перед разрушением 42-ом цикле возросли соответственно в 1,72...2,72 и 2,61...4,96 раза. Заметное неравномерно ускоренное увеличение приростов суммарных максимальных деформаций (рис. 3, б) от $\Delta(\sum \varepsilon_{b,max,l;n}) = 1,84 \times 10^{-5}$ и $\Delta(\sum \varepsilon_{b,max,tr;n}) = 0,45 \times 10^{-5}$ на 36-ом цикле соответственно до $5,02 \times 10^{-5}$ и $3,55 \times 10^{-5}$ на 42-ом цикле (возросли в 2,73...7,89 раза), а также значительное расширение диапазонов колебаний приростов суммарных остаточных деформаций (рис. 3, г) по сравнению с аналогичными изменениями во время предыдущей II-ой стадии соответственно до $\Delta(\sum \varepsilon_{b,pl,l;n}) = (0,49...1...1,90) \times 10^{-5}$ и $\Delta(\sum \varepsilon_{b,pl,tr;n}) = (0,16...0...0,98) \times 10^{-5}$ указывает на всестороннее саморазвитое “расшатывание” структуры и её разуплотнение, причём преимущественно за счёт всестороннего образования и развития микротрещин, о чём ярко свидетельствует значительно более интенсивные изменения параметров КЗБ при его деформировании в поперечном направлении.

Из-за нестабильного состояния бетона на завершающей III-ей стадии работы не представляется возможным анализировать поцикловые изменения параметров $E_{b0,l(tr)}$; $\lambda_{bR,l(tr)}$ и $\varepsilon_{bR,l(tr)}$. Вместе с тем, очевидно, что происходит интенсивный самоускоренный процесс объединения развитых микротрещин в более или менее протяжённые видимые на глаз поверхностные макротрещины, из которых после их значительного раскрытия формируются магистральные трещины, вызывающие быстрое усталостное разрушение разрыхленной структуры образца разделением его на отдельные части. Об этом свидетельствует непрерывное увеличение ширины гистерезисных петель от цикла к циклу и характер искривления диаграмм $\sigma_b \sim \varepsilon_{b,l(tr)}$ (рис. 1, а, в), приобретающих ярко выраженную S-подобную форму.

Как и в случае однократного статического сжатия (рис. 5, а) исследуемый образец разрушается по несколько отклонённой от продольной оси наклонной плоскости с его разделением сквозной трещиной на два почти одинаковых блока (рис. 5, б, в). Однако, в отличие от однократного нагружения усталостное разрушение бетона после малоцикловых воздействий имеет хрупкий взрывоподобный сопровождающийся громким звуковым эффектом характер с вовлечением в разрушительный процесс отчётливо визуально наблюдаемого значительно большего объёма накопленных повреждений в виде крупных трещин и выколов.

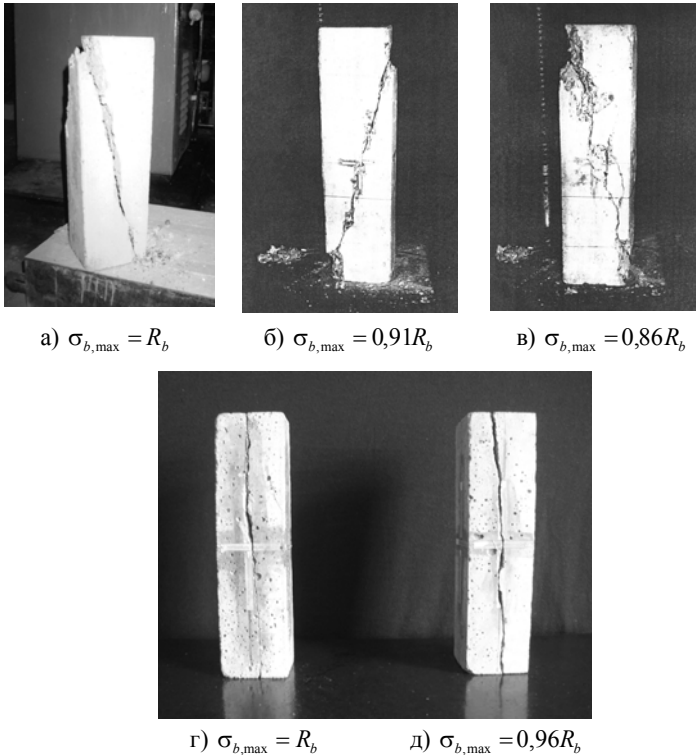


Рис. 5. Характер разрушения опытных призмных образцов из крупнозернистого КЗБ (а, б, в) и мелкозернистого МЗБ (г, д) бетонов в условиях монотонного однократного (а, г) и малоциклового (б, в, д) центрального сжатия

Вышеизложенные результаты собственного комплексного исследования работы КЗБ в продольном и поперечном направлениях, а также экспериментальный опыт и выводы других авторов [10–12], занимающихся вопросами сопротивления деформированию и разрушению материалов, позволяют схематизировать последовательные стадии зарождения, образования и развития трещин в КЗБ в условиях его малоциклового центрального сжатия вплоть до разрушения (рис. 6).

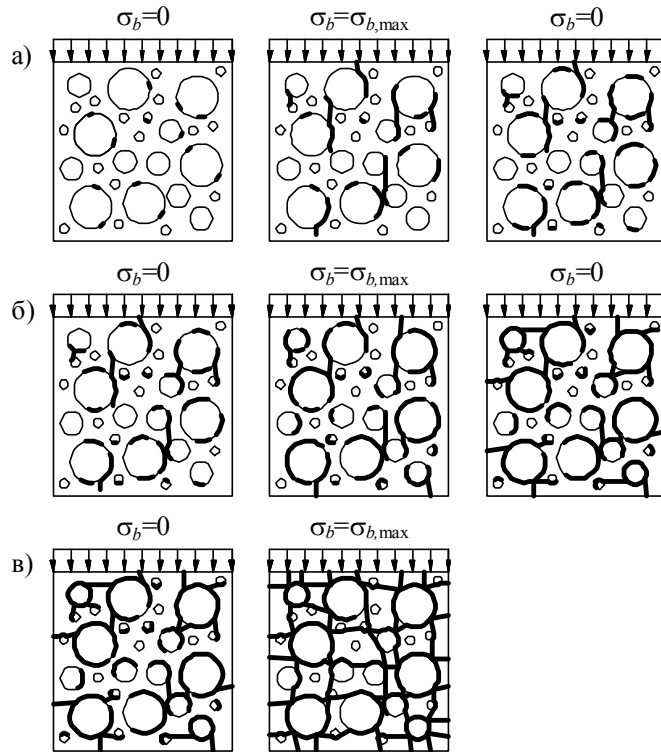


Рис. 6. Схема последовательных стадий образования и развития трещин в крупнозернистом бетоне КЗБ в условиях малоциклового центрального сжатия: а) стадия I уплотнения структуры; б) стадия II относительной стабилизации деформирования; в) стадия III разуплотнения структуры с последующим усталостным разрушением

Тенденции изменения параметров деформирования МЗБ во многом схожи с теми, что выявлены для КЗБ. В отличие от однократного монотонного сжатия, когда призмный образец из МЗБ разрушается вследствие сопровождающегося характерным едва слышимым щелчком (звуком растрескивания) его хрупкого разделения сквозными вертикальными трещинами на 2 (иногда 4) практически одинаковых призматических блока (рис. 5, г), усталостное разрушение бетона после малоциклового воздействия имеет громкий взрывоподобный и хрупкий характер, а от МЗБ в большинстве случаев остаётся лишь небольшая кучка мелких обломков полностью разрушенного материала. Вид разрушенного образца из МЗБ, представленный на рис. 5, д, характерен для максимально высоких переменных напряжений циклов, когда стадия II устойчивого деформирования бетона очень непродолжительна или вообще отсутствует.

Если рассматривать на уровне макроструктуры КЗБ как компонентную систему “крупный заполнитель (щебень) - цементно-песчаный раствор”, а МЗБ как систему “мелкий заполнитель (песок) - цементный камень”, то несомненно, что в обоих случаях основными структурными неоднородностями (а, следовательно, и основными локальными концентраторами напряжений) являются включения в виде зёрен заполнителей. Учитывая высокую прочность составляющих компонентов КЗБ и МЗБ, наиболее слабым звеном оказывается зона их контакта, откуда при нагружениях и берёт начало разрушительный процесс. Поэтому очевидно, что проиллюстрированная на рис. 6 схема стадий зарождения, образования и развития трещин в КЗБ при испытании в условиях малоциклового центрального сжатия аналогично реализуется и в МЗБ. Имеющиеся отличия могут быть объяснены лишь неодинаковой удельной насыщенностью заполнителями бетонных матриц КЗБ и МЗБ. Указанная насыщенность, будучи более высокой для МЗБ и предопределяя большую площадь контактной поверхности, обуславливает некоторые особенности его деформирования, что и зафиксировано в экспериментах. Во-первых: на протяжении всех 3-х стадий деформирования в значительно большей степени работу МЗБ определяет всестороннее образование и развитие структурных микротрещин, в меньшей степени – пластическое деформирование цементного камня. Это заметно отличает МЗБ от КЗБ, для которого последнее обстоятельство является преобладающим во время деформирования на стадиях I и II. Во-вторых: МЗБ как материал более однородный, упругий и хрупкий (по сравнению с КЗБ) проявляет повышенную чувствительность к структурным дефектам. Даже незначительное структурное повреждение (образование новой микротрещины или даже малозаметное развитие уже существующей микротрещины) может качественно изменить состояние МЗБ и стать причиной неожиданного его перехода, к примеру, из стадии II относительно стабильного деформирования в III-ю стадию мгновенного усталостного разрушения. И это возможно в то время, когда аналогичные процессы в КЗБ проходят более плавно и прогнозируемо.

Итак, результаты обработки всех экспериментальных данных относительно работы крупнозернистого КЗБ и мелкозернистого МЗБ бетонов свидетельствуют, что трёхстадийность является общим случаем деформирования бетона в условиях малоциклового нагружения, причём продолжительность каждой из стадий зависит, главным образом, от верхнего (максимального) уровня повторного напряжения цикла $\eta_b^{top} = \eta_{b,max}$. Так, работе КЗБ при $\eta_b^{top} = 0,86...0,91$ и фиксированной величине $\rho_\sigma = 0$ (см. таблицу) присуще полностадийное деформирование. Стадия I при этом проходит за 3...5 циклов, II-ая стадия длится на

протяженні 3...31 цикла, стадія III проходить за 2...7 циклів (рис. 7, а). Зато в призме, испытанной при наивысшем верхнем уровне напряжения $\eta_b^{top}=0,95$, этап стабилизации (стадия II) вообще отсутствует, и после 1-го цикла уплотнения материала (стадия I) за последующие два неполных цикла нагружения наступает его усталостное разрушение (III-я стадия).

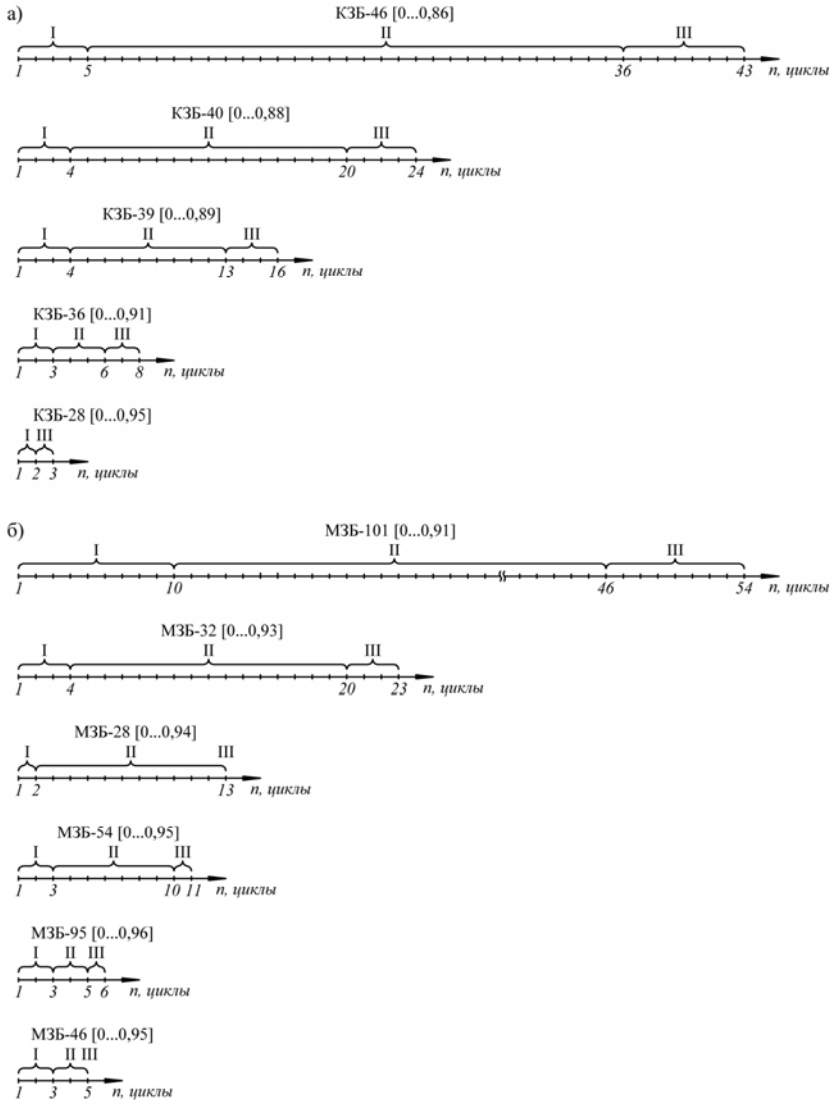


Рис. 7. Продолжительность отдельных стадий (I, II и III) деформирования крупнозернистого КЗБ (а) и мелкозернистого МЗБ (б) бетонов в зависимости от режима их испытания в условиях малоциклового центрального сжатия до усталостного разрушения

Все призмы из МЗБ, испытанные при $\eta_b^{top}=0,91...0,96$ и неизменной характеристике цикла напряжений $\rho_\sigma=0$, проходят полностью все три стадии деформирования (рис. 7, б). Стадия I при этом длится 2...4 цикла, II-ая стадия – 2...16 циклов, стадия III – 1...8 циклов. Лишь в одном случае призма из МЗБ, подверженная максимальному переменному напряжению цикла с уровнем $\eta_b^{top}=0,95$, после характерного достаточно устойчивого деформирования в стадии II неожиданно мгновенно разрушается, свидетельствуя о наступлении III-ей стадии. Отметим, что в большинстве случаев и для КЗБ, и для МЗБ стадия II условной стабилизации деформирования, если она имеет место, является наиболее протяжённой.

Выводы

Во многом аналогичные результаты, полученные в исследованиях и других авторов-циклистов [5, 6, 13, 14], подтверждают достоверность приведенных в этой статье данных и достаточно убедительную обоснованность сформулированных на их базе представлений о механизме деформирования и усталостного разрушения бетона в условиях статических малоцикловых нагружений центральным сжатием. Продемонстрированные результаты могут быть использованы при математическом моделировании работы бетонных и железобетонных конструкций, подверженных непредвиденному малоповторному воздействию близких к разрушающим высокоуровневым нагрузкам.

Литература

- [1] Бондаренко В. М. Инженерные методы нелинейной теории железобетона / В. М. Бондаренко, С. В. Бондаренко. – М. : Стройиздат, 1982. – 287 с.
- [2] Кириллов А. П. Выносливость гидротехнического железобетона / А. П. Кириллов. – М. : Энергия, 1978. – 272 с.
- [3] Попов Н. Н. Расчёт конструкций на динамические и специальные нагрузки: учеб. пособие для вузов по спец. “Пром. и гражд. стр-во” / Н. Н. Попов, Б. С. Расторгуев, А. В. Забегаев. – М. : Высш. школа, 1992. – 319 с.
- [4] Крусъ Ю. О. Малоциклові навантаження в комплексі впливів на будівельні конструкції, будівлі та споруди / Ю. О. Крусъ // Дороги і мости: зб. наук. праць ДерждорНДІ ім. М. П. Шульгіна. У 2-х томах : Т. I. – Київ, 2007. – Вип. 7. – С. 323–343.
- [5] Барашиков А. Я. Малоцикловая усталость бетона при сжатии / А. Я. Барашиков, Б. Н. Шевченко, А. И. Валовой // Бетон и железобетон. – 1985. – № 4. – С. 27–28.

- [6] Маилян Л. Р. Разработка методов системного комплексного расчёта железобетонных статически неопределимых балок с учётом полных диаграмм деформирования материалов, сечений и конструкций на статические, повторные и динамические воздействия: дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01 / Л. Р. Маилян. – М., 1989. – 584 с.
- [7] Крусь Ю. А. Малоцикловая усталость бетона при сжатии и растяжении в феноменологической постановке / Ю. А. Крусь // Бетон и железобетон в Украине. – 2009. – № 3 (49). – С. 8–17.
- [8] Крусь Ю. О. Моделювання зв'язку між напруженнями і деформаціями центрально стисненого бетону при різних режимах його навантажування / Ю. О. Крусь, О. Ю. Крусь // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне : Вид-во НУВГП, 2012. – Вип. 23. – С. 285–292.
- [9] Крусь Ю. А. Энергетический метод определения предельной сжимаемости бетона / Ю. А. Крусь, А. Ю. Крусь // Будівельні конструкції: міжвід. наук.-техн. зб. – Київ : ДП НДІБК, 2013. – Вип. 78. Кн. 2. – С. 22–33.
- [10] Берг О. Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона / О. Я. Берг. - М. : Госстройиздат, 1961. – 96 с.
- [11] Зайцев Ю. В. Механика разрушения для строителей: учеб. пособие для строит. вузов / Ю. В. Зайцев. – М.: Высш. шк., 1991. – 288 с.
- [12] Карпенко Н. И. Общие модели механики железобетона / Н. И. Карпенко. – М. : Стройиздат, 1996. – 412 с.
- [13] Кузовчикова Е. А. Исследование влияния малоцикловых сжимающих воздействий на деформативность, прочность и структурные изменения бетона / Е. А. Кузовчикова, А. В. Яшин // Изв. вузов. Серия : Строительство и архитектура. – 1976. – № 10. – С. 30–35.
- [14] Ставров Г. Н. Прочность и деформативность бетона при повторно статических нагружениях / Г. Н. Ставров, В. В. Руденко, А. А. Федосеев // Бетон и железобетон. – 1985. – № 1. – С. 33–34.

Надійшла до редакції 26.02.2016 р.

УДК 624.012

Методика дослідження залізобетонних конструкцій після пожежі та визначення осередку займання

Отрош Ю.А., к.т.н.

Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля
Національного університету цивільного захисту України, Україна

Анотація. Наведено методику дослідження технічного стану бетонних та залізобетонних конструкцій, які пошкоджено пожежею, а також приклади застосування методики на практиці для технічної експертизи пошкоджених пожежами об'єктів. В ході виконання робіт виявляються осередок та причини займання, величина максимальної температури при пожежі, зони термічних пошкоджень тривалості нагрівання в різних зонах пожежі тощо. На основі отриманих даних розробляється висновок про технічний стан конструкцій та можливість або неможливість відновлення їхньої експлуатаційної придатності шляхом ремонту, підсилення або заміни.

Аннотация. Приведена методика исследований технического состояния бетонных и железобетонных конструкций, которые повреждены пожаром, а также примеры применения методики на практике для технической экспертизы поврежденных пожарами объектов. В ходе выполнения работ устанавливаются очаг и причины возгорания, величина максимальной температуры при пожаре, зоны термических повреждений, длительность нагревания в разных зонах пожара и т. д. На основе полученных данных разрабатывается заключение о техническом состоянии конструкций и возможности или невозможности возобновления их эксплуатационной пригодности путем ремонта, усиления или замены.

Abstract. Methodology of researches is presented concerning technical state of concrete and reinforce-concrete constructions which are damaged by a fire, and also examples of practical application of the methodology for technical examination of the objects damaged by fires. During implementation of works a hearth and reasons of ignition, size of maximal temperature at a fire, zone of thermal damages, duration of heating in the different zones of fire et cetera are set. On the basis of obtained data the conclusion is developed about the technical state of constructions and possibility or impossibility of proceeding in their serviceability by repair, strengthening or replacement.

Ключові слова: залізобетонні конструкції, пожежа, осередок займання, вогнестійкість, вплив високих температур, відновлення.

Вступ. Постановка проблеми. Точне встановлення причин пожеж та їхній поглиблений аналіз мають важливе значення в організації роботи з попередження пожеж та у вирішенні питань про наявність чи відсутність складу злочину. Достовірне визначення причини пожежі можливо тільки при встановленні осередку її виникнення, що являє собою складну задачу.

Для визначення причини пожежі необхідно виявити осередок займання, величину максимальної температури при пожежі, зони термічних пошкоджень тривалості нагрівання в різних зонах пожежі, тощо. Отримані дані дозволять зробити висновок про технічний стан конструкцій та можливість або неможливість відновлення їхньої експлуатаційної придатності шляхом ремонту, підсилення або заміни.

Аналіз останніх досягнень і публікацій. Проблема встановлення достовірних причин виникнення пожеж далеко не вичерпана, вона залишається актуальною і в наш час. На сьогодні склалася певна система знань про процеси, що відбуваються під час пожеж. Напрацьовано відповідний масив довідково-інформаційних даних, які характеризують такі процеси, але не вирішують усіх проблем до кінця. Аналіз літературних даних показав, що в даний час для експертного дослідження будівельних конструкцій після пожежі застосовуються, в основному, лабораторні методи: ІЧ-спектроскопія, рентгенівський аналіз, термічний аналіз. Ці методи мають високу інформативність, але, поряд з цим, і досить істотні недоліки, які пов'язані з високою вартістю устаткування, тривалістю і трудомісткістю підготування проб в лабораторних умовах, необхідністю глибоких спеціальних знань фізико-хімічних властивостей неорганічних будівельних матеріалів [1, 2].

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, яким присвячується стаття. На сьогодні для визначення осередкових ознак пожеж та встановлення причин їхнього виникнення широкого застосування набули фізико-хімічні методи досліджень [1, 2]. Методи ґрунтуються на можливості визначати структурні перетворення, які відбуваються під впливом високих температур і безпосередньо полум'я на пожежах.

Оскільки рівень підготовки та поінформованості співробітників ДСНС з цих питань недостатній, то й використання методичної бази обмежене та неповне, через що досить часто має місце спрощений підхід при встановленні причин пожеж.

Виходячи з вищевикладеного, актуальним завданням залишається розроблення простих і відносно дешевих експрес-методів аналізу термічних пошкоджень матеріалів конструкцій, що дозволяють виконувати оперативні дослідження на місці пожежі для встановлення осередку займання, дослідження залізобетонних конструкцій, встановлення відповідного технічного стану та можливості подальшої експлуатації. Роботу виконано в рамках науково-дослідної роботи кафедри будівельних конструкцій Черкаського інституту пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля за темою «Прогнозування технічного стану будівельних конструкцій при дії силових, деформаційних та високотемпературних впливів» РК № 0113U004019.

Перелік додаткових робіт, які необхідно виконати після ліквідації пожежі, регламентовано чинним ДБН В.1.2-1-95 [3]. Ще за часів СРСР на допомогу організаціям і фахівцям, які проводять обстеження будівельних конструкцій, НДІЗБ розроблено відповідні «Рекомендації з обстеження будівель та споруд, які пошкоджено пожежею» [4].

Мета роботи. Мета роботи – розробка методики дослідження технічного стану бетонних та залізобетонних конструкцій, які пошкоджено пожежею, застосування методики на практиці для технічної експертизи пошкоджених пожежами об'єктів, виявлення осередку та причини займання (осередку, величини максимальної температури при пожежі, зон термічних пошкоджень, температури та тривалості нагрівання в різних зонах пожежі тощо), підготування висновку про технічний стан і можливість або неможливість відновлення їхньої експлуатаційної придатності та подальшої експлуатації таких об'єктів.

Основний матеріал і результати. У відповідності до [3, 4] відразу після пожежі власнику будівлі, де відбулася пожежа, необхідно наказом призначити комісію для попереднього обстеження. У комісію слід включити: представника адміністрації (голова комісії), інженера-будівельника, інженера з техніки безпеки, електрика та фахівця з газового господарства, а також доцільно запросити представника ДСНС.

В ході обстеження комісія отримує наступні відомості про пожежу, необхідні для подальшого детального обстеження конструкцій:

- час виявлення пожежі, початку інтенсивного горіння (характеризується наявністю спалахів), повної ліквідації пожежі;
- тривалість інтенсивного горіння під час пожежі (від початку інтенсивного горіння до початку зниження температури пожежі);
- засоби гасіння пожежі (вода, піна тощо);
- місце знаходження осередку займання (пожежі);
- максимальну температуру середовища під час пожежі.

Детальне обстеження залізобетонних конструкцій, що пропонується в розробленій методиці, рекомендується проводити в наступній послідовності:

- вивчити всю наявну документацію;
- ознайомитися з пошкодженим пожежею об'єктом;
- виконати обстеження конструкцій з метою з'ясування їхнього технічного стану після пожежі;
- виконати обстеження конструкцій, які найбільш постраждали від високотемпературного впливу під час пожежі;
- скласти та передати адміністрації підприємства, де відбулася пожежа, висновок.

Розвиток пожежі, як правило, призводить до нерівномірного нагрівання та руйнування конструкцій, обладнання та матеріалів. Ця обставина завжди використовується при візуальному виявленні осередкових ознак і визначенні осередку пожежі. З місцем найбільшого вигорання, руйнування зазвичай пов'язують розташування осередка займання. При цьому вважають, що найбільше руйнування обумовлено більш тривалою дією високої температури, тобто фактором часу. Найчастіше так і буває, проте у всіх випадках ототожнювати зону найбільших термічних уражень та місце виникнення пожежі неправомірно.

Поверхні, які повернуто в бік вогнища, можуть отримати великі пошкодження і орієнтувати при визначенні напрямку поширення горіння. Очевидно також, що найбільший прогрів і руйнування конструкцій, предметів і матеріалів відбувається, як правило, ближче до місця виникнення пожежі. Пояснюється це насамперед фактором часу. На віддалених ділянках горіння виникає пізніше, тому на цих ділянках менше і пошкоджень. Слід враховувати також, що на пожежі може бути і декілька осередків. Найчастіше це буває при підпалах.

У випадках коли ознаки осередку не зберігаються, а також на великих і складних пожежах великого значення набуває використання (на додаток до візуальної оцінки) фізико-хімічних методів інструментальної оцінки виявлення прихованих осередкових ознак. Якщо положення осередку пожежі сумнівів не викликає, застосування цих методів підсилює доказове значення проведених досліджень.

Натурні дані про максимальну температуру в приміщеннях під час пожежі комісія може отримати на основі оцінки температури, при якій змінився зовнішній вигляд і форма окремих предметів, що залишилися після пожежі, та температури плавлення матеріалів будівельних конструкцій. Такі дані можна отримати в довідковій літературі, наприклад [1, 2, 3, 4 та ін.].

У більшості випадків фахівець робить висновок про осередок займання на основі даних візуального обстеження конструкцій в зоні пожежі, опитування очевидців, вивчення будівельної або технічної документації по об'єкту. Однак на великих і складних пожежах цієї інформації виявляється явно недостатньо. Великі пожежі характеризуються тим, що горіння поширюється на великі площі, практично повністю вигорає пожежне навантаження, візуальні ознаки вогнища виявляються «стертими» тепловим впливом. Тому стає необхідним проведення додаткових інструментальних досліджень для визначення ступеня термічних уражень предметів і конструкцій, які перебували на пожежі. Неорганічні будівельні матеріали, які виготовлено без обпалювання на основі цементного в'язучого, є одним з основних об'єктів експертного дослідження при пошуку осередку пожежі. На відміну від конструкцій, які згорають, стіни

та перекриття, які виготовлено з бетону та залізобетону, залишаються на місці пожежі і являють собою важливе потенційне джерело інформації про неї. При цьому задача встановлення осередку пожежі при дослідженнях бетонних і залізобетонних будівельних конструкцій базується на визначенні зміни тих чи інших фізико-хімічних властивостей цих виробів і корелюється зі ступенем термічного ураження.

Визначення технічного стану будівельних конструкцій і їхнього залишкового ресурсу викладено в роботах [5, 6, 7, 8, 9 та ін.]. Оцінка технічного стану конструкцій (споруди) проводиться шляхом зіставлення контрольованих параметрів, які визначено в ході проведення візуального й інструментального обстежень, з відповідними проектними параметрами, а також з результатами перевірочних розрахунків.

Технічний стан конструкцій за відсутності дефектів може вважатися нормальним або задовільним, якщо не виконуються [7, 8, 9]:

— умова відмови конструкцій:

$$F > F_u, \quad (1)$$

де F , F_u – величини відповідно найбільш можливого за час експлуатації зусилля в елементі від розрахункових навантажень і найменшої несучої здатності;

— умова досягнення конструкцією граничних станів II групи

$$f > f_u, \quad (2)$$

де f , f_u – характерне переміщення конструкції (прогин, кут повороту, крен тощо) відповідно визначене в результаті розрахунку або обстеження та граничне, встановлене нормами.

Як параметри граничних станів другої групи, досягнення яких розглядається як відмова-перешкода, розглядаються надмірне або тривале розкриття тріщин в залізобетонних конструкціях, а також досягнення граничних величин прогинів.

Граничні стани цієї групи викликають тимчасове припинення або часткове порушення умов нормальної експлуатації, але разом з тим чітка межа переходу в граничний стан відсутня.

Перехід конструкцій в граничний стан можливий, якщо досягли граничних величин такі параметри як геометричні розміри (зменшення внаслідок корозійного зносу арматури та бетону), міцність бетону, а вузли сполучення, закладні деталі й елементи кріплення зруйновано або пошкоджено.

Мінімально допустимі величини контрольованих параметрів встановлюються за результатами розрахунків будівельних конструкцій відомими методами будівельної механіки й опору матеріалів для визначення несучої здатності та порівняння її з максимальним зусиллям, яке діє в конструкції:

$$F_{cr}[x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)] > F; \quad (3)$$

де $F_{cr}[x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)]$ – функція несучої здатності елементів.

Як параметри $x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)$ приймаються розміри поперечного перерізу та міцність матеріалів як функції часу. Визначення величини діючого зусилля F для статично визначених конструкцій не представляє ускладнень з принципової точки зору. Для статично невизначених конструкцій величина F визначається за результатами математичного моделювання технічного стану, який встановлено за результатами обстеження.

Перехід нерівності (3) в рівність свідчить про вичерпання несучої здатності (ресурсу) конструкції. Подальша експлуатація можлива після проведення робіт із підсилення (заміни) або ремонту.

Методику було розроблено та апробовано на прикладі пожежі торгового центру «Кредо» по вул. Доброго, 5 в м. Чернівці. Будівля торговельного центру займає приміщення першого та підвального поверхів чотириповерхового житлового будинку III-го ступеню вогнестійкості. Стіни будинку цегляні, оштукатурені, перекриття залізобетонні, покрівля – металеві листи по дерев'яній обрешітці.

Лінійна швидкість поширення горіння складала 1,0–1,5 м за хв. Оскільки в приміщеннях було встановлено стелажі з товаром, які було виконано з горючих матеріалів, а також було значне пожежне навантаження, швидкість зростання площі пожежі складала приблизно 5–7 м² за хв. Враховуючи те, що в склад пожежного навантаження входили речовини синтетичного походження (електропобутові прилади, підкладка виробів зі шкіри, штучний шкірозамінник, пластикові деталі прилавоків), в яких була сильна димоутворювальна здатність, під час пожежі спостерігались сильні виділення диму, чорного та сірого кольорів.

Вздовж лівої та правої стін приміщення торгового залу на першому поверсі було встановлено стелажі та прилавки з товаром. В правому (дальньому) від входу куті наявна вільна площа складала орієнтовно 20 м². Стіни, стеля, вікна, вітрини, прилавки та товари в зазначеному приміщенні були в закопченому стані. В лівій стіні в просторі сходової клітини встановлено вікна, які було виконано з склопакетів у металопластикових рамах. Скління у зазначених вікнах було в закопченому стані. Характер пошкодження стін та вікон (закопчення), свідчить про те, що газоподібні продукти горіння піднімались з

підвального приміщення. Про це також свідчить їхня конусоподібна форма з вершиною у підвальному приміщенні. При вході до підвального приміщення з боку сходової клітки виявлено, що у лівому, дальньому від входу куті підвалу на відстані приблизно 1–1,5 м від сходів, було встановлено прилавок із скляною вітриною з шкіряними виробами (гаманці, сумки, портфелі). За ним вздовж лівої та протилежної від входу стін були встановлені стелажі з товаром, а саме дорожні сумки з синтетичної тканини, шкіряний верхній одяг. На момент обстеження зазначене обладнання та товари на стелажах вздовж лівої стіни знищено повністю внаслідок дії факторів пожежі. Вздовж протилежної від входу стіни частково збереглися стелаж та товар на ньому, причому ступінь пошкодження по мірі віддалення від лівої стіни у правий від сходової клітини бік зменшується.

Для вирішення поставленої задачі було проведено комплекс робіт розробленої методики:

- аналіз наявної проектної, виконавчої й експлуатаційної документації;
- попередній огляд об'єкта обстеження;
- візуальне обстеження стану будівельних конструкцій перекриття, покриття та прилеглих стін, оцінка їхнього технічного стану за зовнішніми ознаками і вибір конструкцій для інструментального обстеження. При обстеженні виконано диференціювання зони горіння і зони задимлення. Зону горіння було виявлено за візуальними ознаками (послідовно спадаючим або зростаючим термічним впливом). Осередок пожежі було виявлено територіально (наскільки це можливо) з послідовним обмеженням зони горіння;
- інструментальне обстеження стану будівельних конструкцій (вимірювання геометричних параметрів будівлі та конструктивних елементів, визначення міцності бетону та цегляної кладки). На місці пожежі за результатами візуального обстеження було вибрано конструкції для інструментального обстеження;
- аналіз результатів візуального й інструментального обстеження стану вище визначених будівельних конструкцій. За отриманими даними (зонам термічних уражень, які зіставляються з розподілом пожежного навантаження, а також з урахуванням архітектурно-будівельних особливостей будівлі) було вирішено питання про місце розташування осередку пожежі за методикою [1, 2, 4]. Дані по температурах було використано при побудові температурних зон, розподіл яких, за місцем пожежі, характеризував температурний режим у різних його зонах. Отримані дані в подальшому було використано при пошуку осередку, описі процесу виникнення і розвитку горіння, а також при встановленні причини пожежі. Осередок пожежі визначено в зоні екстремальних високих значень тривалості теплового впливу;

- виконання перевірочних розрахунків;
- підготовки висновку про технічний стан будівельних конструкцій;
- розроблення рекомендацій щодо забезпечення тривалої та безпечної експлуатації вище визначених будівельних конструкцій, а також технічних рішень щодо підсилення конструкцій.

Під час обстеження підвального приміщення було виявлено, що максимальні пошкодження стін, стелі, обладнання та товарів спостерігаються в лівому від сходової клітини куті (рис. 1). В зазначеному місці приміщення повністю знищено прилавок з шкіряними виробами, який було встановлено на відстані 1–1,5 м від сходів паралельно ним, стелаж з товарами, який було встановлено вздовж лівої стіни, та частково стелаж та товар, що було встановлено вздовж протилежної сходам стіни.



Рис. 1. Подовжувач, який був підключений до електромережі

При цьому пошкодження зменшувались по мірі віддалення від лівої стіни в бік запасного виходу. На стінах були в наявності вигорання матеріалу, відкладення сажі та утворення білих плям, що свідчить про те, що саме у зазначеному місці стіни піддавались максимальному тепловому впливу внаслідок впливу пожежі. Стеля над зазначеним місцем сильно закопчена та місцями зруйнована.

Також в зазначеному місці між стіною та стележком було встановлено батарею парового опалення, фарба на якій вигоріла повністю та під тепловим впливом її поверхня змінила колір у вигляді конусу, вершина якого знаходиться у місці розташування електричного подовжувача, а саме у місці ймовірного виникнення пожежі. Слід відмітити, що на стіні у зазначеному місці наявне

вигорання штукатурки у вигляді конуса з вершиною у місці розташування електричного подовжувача. Характер пошкодження прилавоків з канцтоварами, а саме максимальні пошкодження з боку стелажів біля лівої стіни, також вказує на виникнення пожежі в даному місці.

Найбільш поширеною ознакою осередку пожежі є “осередковий конус”, який утворюється на місці пожежі. Висхідний потік газоподібних продуктів горіння (конвективна колонка) має тенденцію до розширення під час піднімання і тому являє собою конус, що звернений своєю вершиною донизу, в бік осередку. Проектуючись на поверхні конструкцій, “конус” залишає сліди у вигляді трикутника, трапеції, кола або еліпса. Залежно від умов осередковий конус може проявлятися більш чи менш чітко, а форма і пропорції його елементів можуть бути різними.

У ряді випадків при великих розмірах пожежі “осередковий конус” чітко виділяється під час огляду об’єкта з певного боку, коли в поле зору потрапляють характерні руйнування огорожувальних конструкцій або відбитки зони задимлення. Пошкоджена ділянка батареї опалення та стіни, на якій вона була встановлена у лівому дальньому куті торгового залу в підвальному приміщенні, нагадує конус, який більше схожий на трапецію. Конус чітко видно, якщо оглядати зазначені конструкції зі сторони запасного виходу. Даний конус повернуто своєю вершиною до низу. Вершина конуса знаходиться в місці між прилавком та стелажем.

За результатами обстеження місця пожежі, врахування обставин її виникнення та розвитку встановлено, що горіння виникло всередині приміщення в районі встановлення стелажів, про що свідчать найбільше вигорання конструктивних елементів внутрішнього оздоблення, ступінь пошкодження будівельних конструкцій, осередковий конус.

Комісія склала акт попереднього обстеження, який було затверджено власником будівлі, де відбулася пожежа.

У акті вказано:

- коротку характеристику будівлі;
- характеристики температурного режиму за даними пожежного підрозділу та натурального обстеження предметів в приміщенні, де відбулася пожежа;
- місце розташування вогнища пожежі;
- засоби гасіння пожежі;
- аварійні приміщення та конструкції;
- необхідність запрошення експертів для детального обстеження;
- перелік робіт, які необхідно виконати до прибуття експертів;
- стан електричної проводки, газової та водопровідної мереж.

Висновки

1. Запропоновано методику визначення технічного стану конструкцій, будівель та споруд після пожежі. Методика базується на відомих пропозиціях і дозволяє врахувати специфіку впливу високих температур на зміну фізико-механічних і фізико-хімічних властивостей матеріалів конструкцій.
2. Бетонні вироби використовуються як один з основних конструкційних елементів будинків і споруд. Вони зберігаються після пожежі на місці події і, таким чином, є можливими потенційними об'єктами дослідження при експертизі пожеж та, зокрема, при встановленні причини та осередку пожежі.
3. Розроблено методику оцінки технічного стану конструкцій (споруди) шляхом зіставлення контрольованих параметрів, які визначено в ході проведення візуального й інструментального обстежень, з відповідними проектними параметрами, а також з результатами перевірочних розрахунків.
4. За розробленою методикою встановлення осередку пожежі виконується шляхом оцінки ступеня термічних уражень матеріалів і конструкцій в різних зонах пожежі візуальним та інструментальним методами. На бетонних конструкціях візуально фіксовані зміни відбуваються тільки в зонах високих температур і тому така оцінка термічних уражень являє досить складне завдання.
5. Зазначені процеси протікають не тільки на поверхні бетонної будівельної конструкції, але і в глибині неї по мірі поступового прогріву протягом пожежі. Дана обставина обумовлює, зокрема, втрату вогнестійкості зазначених конструкцій, однак ця ж обставина є дуже цінною з експертної точки зору, бо дозволяє вирішувати завдання визначення тривалості нагріву конструкції в тих чи інших зонах пожежі та отримання, таким чином, якісно нової інформації.
6. За результатами обстеження місця пожежі, яка сталася в приміщенні торговельного центру «Кредо» по вул. Доброго, 5 в м. Чернівці, врахування обставин її виникнення та розвитку встановлено, що горіння виникло всередині приміщення в районі встановлення стелажів, про що свідчать найбільше вигорання елементів внутрішнього оздоблення, пошкодження будівельних конструкцій, осередковий конус.

Література

- [1] Дослідження пожеж : Довідково-методичний посібник. – К. : Пожінформтехніка, 1999. – 60 с.
- [2] Методи дослідження пожеж : Методичний посібник. – К. : ТОВ "Поліграфцентр "ТАТ", 2010. – 240 с.
- [3] Положення про розслідування причин аварій (обвалень) будівель, споруд, їх частин та конструктивних елементів : ДБН В.1.2-1-95. – Офіц. вид. – К. : Держбуд України, 1995. – 23 с. – (Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Державні будівельні норми України).
- [4] Рекомендации по обследованию зданий и сооружений, поврежденных пожаром / НИИЖБ. – М. : Стройиздат, 1987. – 80 с.
- [5] Правила визначення фізичного зносу житлових будинків : СОУ ЖКГ 75.11–35077234.0015:2009. – Офіц. вид. – К. : ЖКГ України, 2009. – 49 с. – (Стандарт житлово-комунального господарства України).
- [6] Науково-технічний супровід будівельних об'єктів. Норми проектування : ДБН В.1.2-5:2007. – Офіц. вид. – К. : Мінрегіонбуд України, 2007. – 16 с. – (Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Державні будівельні норми України).
- [7] Голоднов А. И. Определение остаточного ресурса железобетонных конструкций в условиях действующих предприятий / А. И. Голоднов // Будівельні конструкції : міжвідом. наук.-техн. зб. / НДІБК. – К. : НДІБК, 2005. – Вип. 62. – Т. 2. – С. 138–143.
- [8] Голоднов А. И. Обоснование продления эксплуатации конструкций бескаркасных зданий / А. И. Голоднов, К. А. Голоднов // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури: збірник наукових праць. – Вип. 28. – Одеса : Зовнішрекламсервіс, 2007. – С. 90–96.
- [9] Отрош Ю. А. Методика визначення технічного стану будівельних конструкцій виробничих будівель після пожежі / Ю. А. Отрош //Збірник наукових праць Українського державного університету залізничного транспорту. – 2016. – №. 160. – С. 110–119.

Надійшла до редколегії 30.11.2016 р.

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ СТАТЕЙ

У збірнику публікуються не опубліковані раніше та не призначені для одночасної публікації в інших виданнях статті, що містять нові результати теоретичних та експериментальних досліджень в області розвитку методів розрахунку і проектування конструкцій, будівель і споруд, розроблення раціональних типів конструкцій, експериментально-теоретичних досліджень роботи елементів і з'єднань, удосконалення матеріалів, технологій виготовлення і монтажу, ремонту і реконструкцій будівель і споруд; пропозиції щодо розвитку і вдосконалення нормативної бази в цій галузі будівництва тощо.

Наукові статті повинні містити: опис проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими програмами чи практичними завданнями; короткий аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано вирішення даної проблеми і на які посилається автор; виділення невирішених питань або проблем, котрим присвячується стаття; формулювання цілей статті (постановка завдання); виклад основного матеріалу дослідження з обґрунтуванням отриманих наукових результатів; висновки з цього дослідження і перспективи подальших досліджень за даним напрямком.

Статті подаються українською, російською або англійською мовами, роздруковані в двох екземплярах, один із яких повинен бути підписаний усіма авторами статті, а також в електронній формі, надсилаються звичайною або електронною поштою. Обсяг статті, як правило, не повинен перевищувати 7 сторінок форматом А4 (210×297 мм), включаючи рисунки, таблиці та перелік використаної літератури. Статтю необхідно супроводжувати короткою анотацією, надрукованою українською, російською та англійською мовами. До статті потрібно додати для кожного із співавторів авторську довідку, в якій вказати прізвище, ім'я та по батькові, науковий ступінь, вчене звання, місце і адресу основної роботи, посаду та контактний телефон.

Стаття набирається в редакторі Microsoft Word, шрифт Times New Roman, розмір 12 пт., міжрядковий інтервал – одинарний. У лівому верхньому кутку сторінки зазначається УДК. Прізвища, ініціали авторів та назва статті вирівнюються по центру, друкуються напівжирним шрифтом. Із нового абзацу подається текст статті з вирівнюванням по ширині.

Таблиці набираються шрифтом Times New Roman, розміром 10 або 9 пт. Розмір таблиці не повинен бути більше 12 см по ширині.

Формули в тексті набираються в редакторі Word Microsoft Equation або у програмі MathType шрифтом Times New Roman, розміром 11 пт., текст та змінна формули – курсивом.

Креслення, рисунки, фотознімки вставляються в текст та додатково подаються окремими файлами з розширенням .tif, .gif або .jpg за розміром по ширині не більше 12,5 см (300 точок/дюйм).

Перелік використаної літератури оформляється відповідно до ДСТУ ГОСТ 7.1-2006 і наводиться наприкінці статті за алфавітом. Наприклад, для книги – прізвище й ініціали автора, назва книги, місце видання й видавництво, рік видання, том (підкреслити), кількість сторінок. Не дозволяється робити посилання на неопубліковані роботи.

Кожна стаття підлягає рецензуванню. У випадку повернення статті на доопрацювання датою надходження вважається дата одержання редакцією остаточного варіанта тексту. Після доопрацювання стаття знову розглядається редколегією.

Дотримання зазначених вимог дозволить скоротити термін опрацювання та підготовки до друку матеріалів, що надійшли до редакційної колегії збірника.

Розраховуємо на співпрацю.

Наукове видання

Товариство з обмеженою відповідальністю
«Український інститут сталевих конструкцій
імені В.М. Шимановського»

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ
Українського інституту сталевих конструкцій
імені В.М. Шимановського

Відповідальний редактор

О.В. Шимановський

Дизайн
Комп'ютерна верстка
та технічне редагування

В.С. Артюшенко
О.І. Кордун
В.П. Гаврилова
В.С. Артюшенко

Рекомендовано до друку вченою радою
ТОВ «Укрінсталькон ім. В.М. Шимановського»
(протокол № 4 від 05.12.2016)

Підписано до друку 07.12.2016.
Формат видання 70x100/16.
Папір офсетний. Друк офсетний.
Ум. друк. арк. 13,29. Тираж 100 прим.

Видавництво «Сталь».
02660, ГСП-660, м. Київ, вул. Віталія Шимановського, 2/1,
тел. 229-83-51; 543-95-56
www.izdat.com.ua
